



**GdR MBS**

MATÉRIAUX de CONSTRUCTION BIOSOURCÉS

*École d'automne*  
**Lorient, 9 Novembre 2022**

# Modélisation en thermique et mécanique par passage micro-macro

**Application aux matériaux de construction  
bio-sourcés**

**S. Dartois**

(S. Mom, A. Ben Hamida, H. Dumontet,  
S. Klintzing, A. de Lestrangé)

# Introduction générale

**Construction** = domaine avec un **fort impact environnemental**

- à l'élaboration (dégagements de CO<sub>2</sub>, utilisation de matières premières,...)
- à l'usage (déperditions de chaleur, qualité de l'air intérieur,...).

→ **Comprendre et *prédire*** (=modéliser) **le comportement des matériaux bio-sourcés** (bétons végétaux) pour ***favoriser*** et ***optimiser*** leur utilisation dans la construction

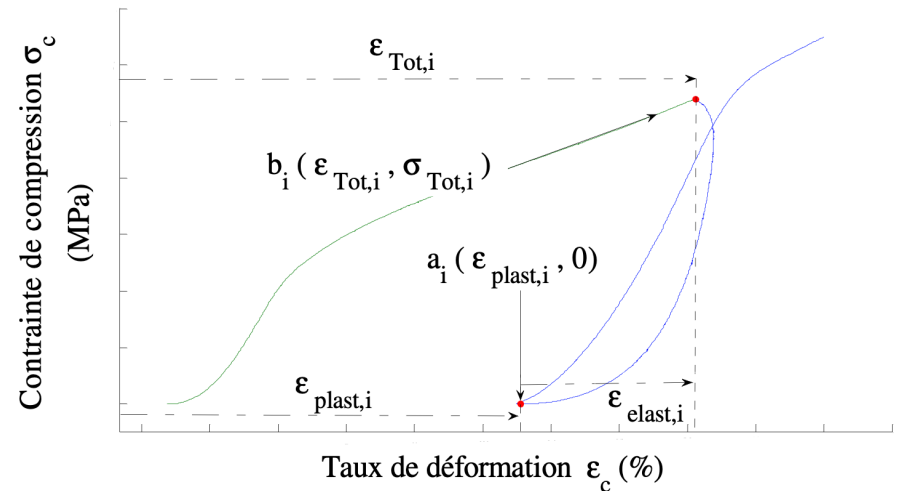


## Moyens à disposition :

- **Essais expérimentaux** adaptés  
→ identifier les comportements spécifiques.
- **Modèles phénoménologiques** (sur-mesure, riches et complexes)  
→ Reproduction des essais  
[Tronet 2014], [Niyigena 2016]

MAIS

- Tout changement de milieu  
→ **ré-identification du comportement ou des paramètres des modèles** phénoménologiques.
- Intéressant de faire le **lien entre caractéristiques microstructurales et comportement macroscopique**.



Paramètres d'étude de la déformation plastique lors de chargement-déchargement [Tronet 2014]

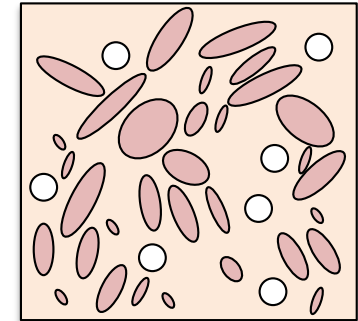


Béton chanvre et chaux

→ Développement de méthodes de **modélisation multi-échelles**

## Que cherche-t-on à estimer/modéliser ?

- Des propriétés mécaniques / thermiques initiales effectives  
→ Homogénéisation linéaire

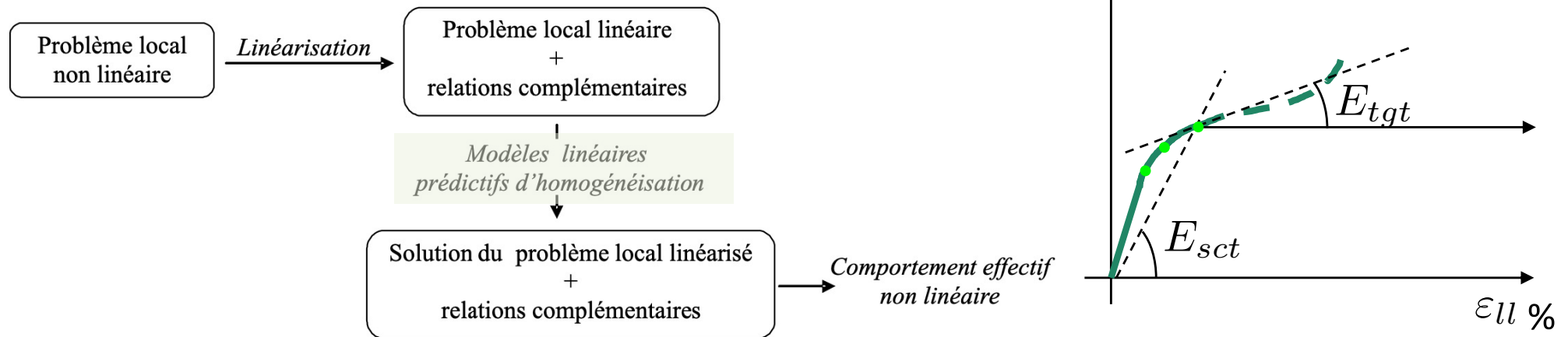
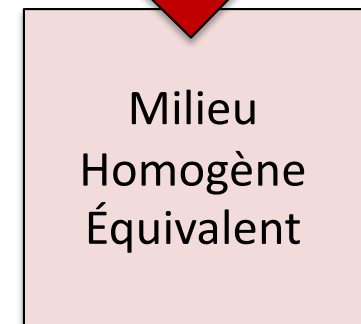
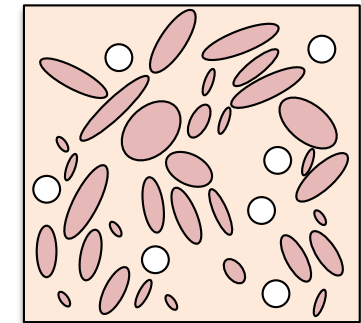


Milieu  
Homogène  
Équivalent



## Que cherche-t-on à estimer/modéliser ?

- **Des propriétés mécaniques / thermiques initiales effectives**  
→ Homogénéisation linéaire
- **Reproduire une courbe comportementale non-linéaire**  
→ Traitement incrémental linéarisé + Milieu linéaire de comparaison [Hill 1965, Ponte-Castañeda 1991]  
(méthode sécante –modifiée-, méthode tangentielle,... [Berveiller 1979]  
[Suquet 1995-7], etc)



Principe général des simulations non-linéaires [Bornert et al. 2001]

## 1-Introduction

## 2- Obtention de propriétés effectives pour les bétons végétaux et leurs constituants en homogénéisation linéaire

### 1. Présentation des grandes classes de modèles micro-macros

1. Principe et méthodes de l'homogénéisation linéaire
2. Equations et résolution du problème local en thermique et élasticité
  - Méthodes en champs complets
  - Méthodes en champs moyens

### 2. Application aux bétons végétaux

1. Spécificités microstructurale et de comportement
2. Méthode d'homogénéisation itérative numérique
3. Propriétés effectives des bétons de chanvre
4. Caractérisation de la chènevotte de chanvre

## 3- Modélisation du comportement mécanique de bétons de chanvre par homogénéisation non-linéaire.

1. Loi de comportement endommageable retenue
2. Premiers résultats de simulation

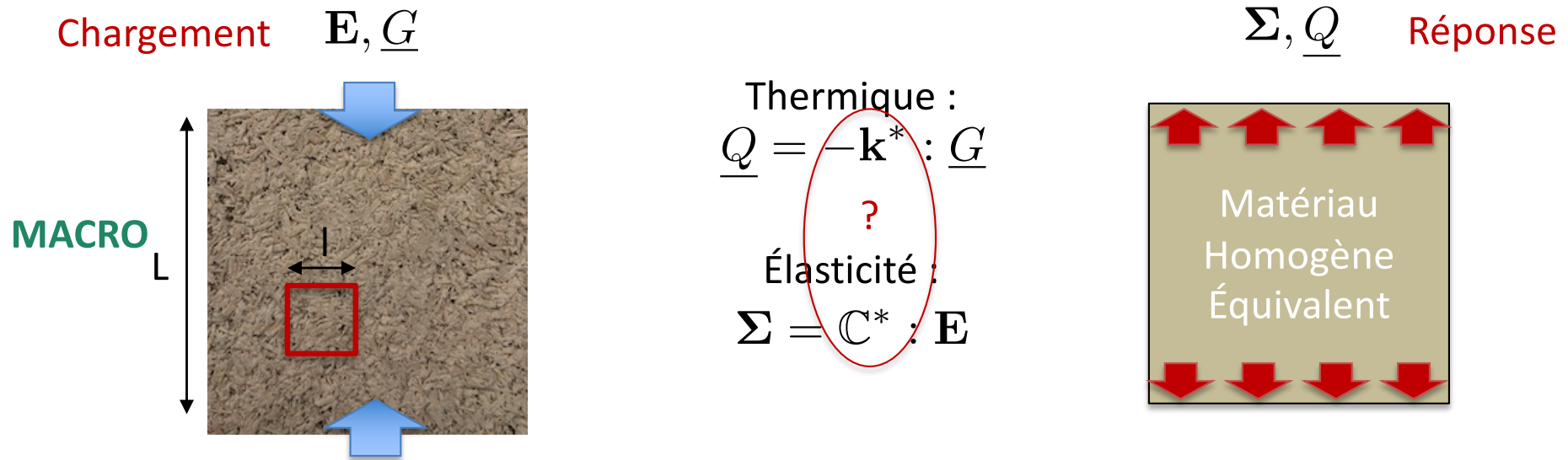
## 4- Conclusion et (nombreuses) perspectives

# Obtention de propriétés effectives pour les bétons végétaux et leurs constituants en homogénéisation linéaire

1. Présentation des grandes classes de modèles micro-macros
2. Application aux bétons végétaux

# Principe et méthode de l'homogénéisation linéaire

**Objectif** : trouver des propriétés effectives à partir d'informations locales (microstructurales)

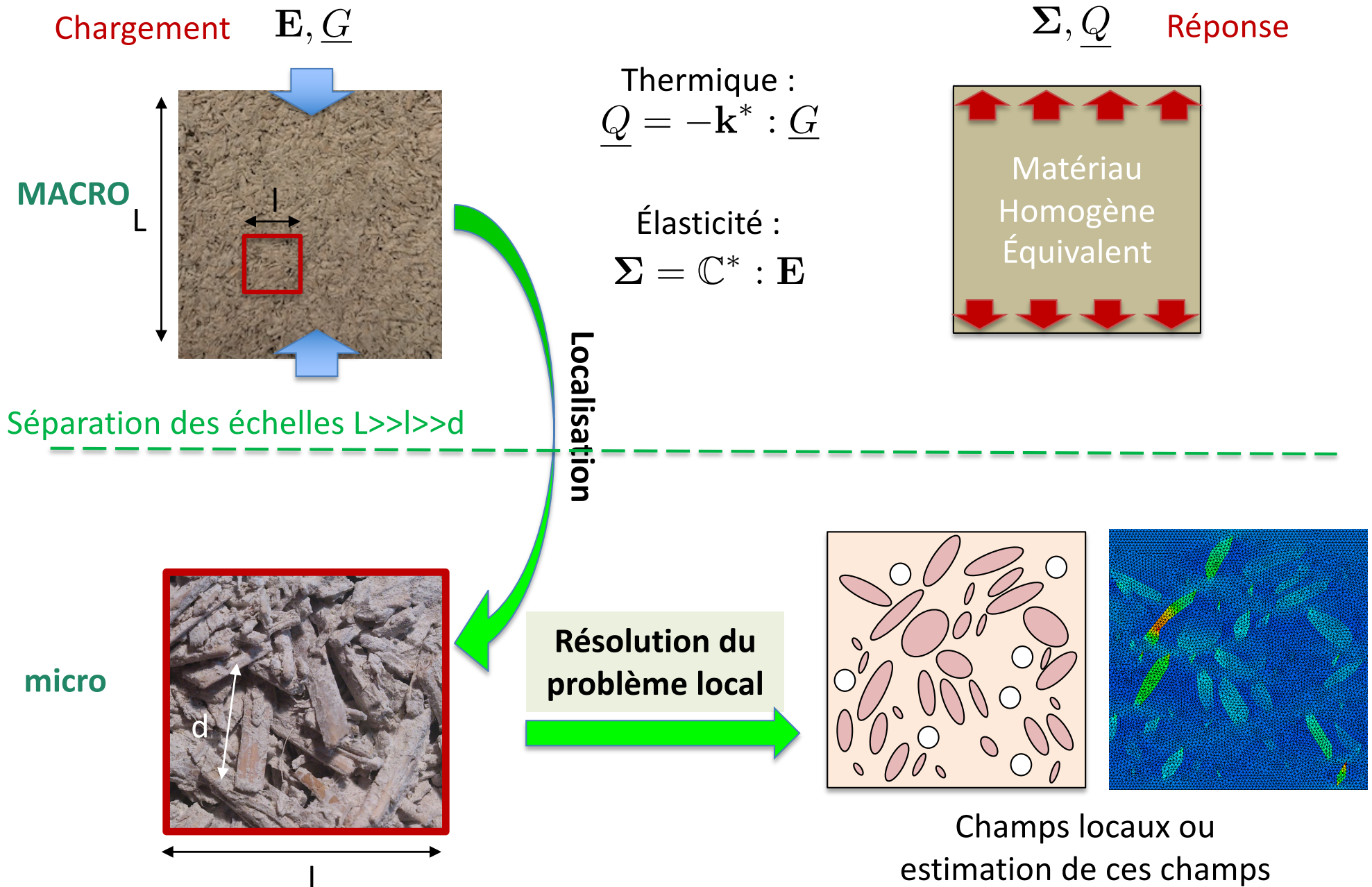






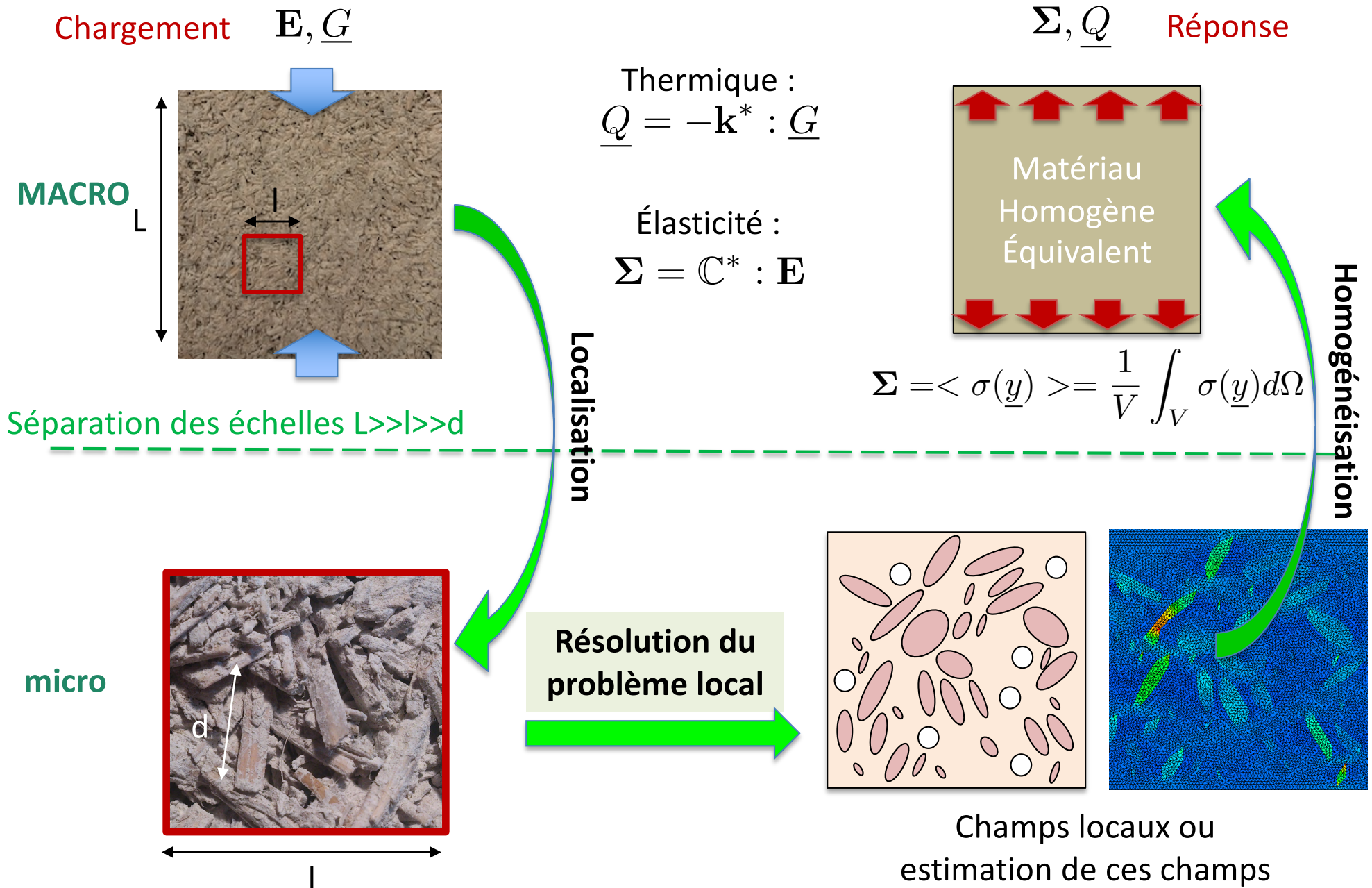
# Principe et méthode de l'homogénéisation linéaire

**Objectif** : trouver des propriétés effectives à partir d'informations locales (microstructurales)



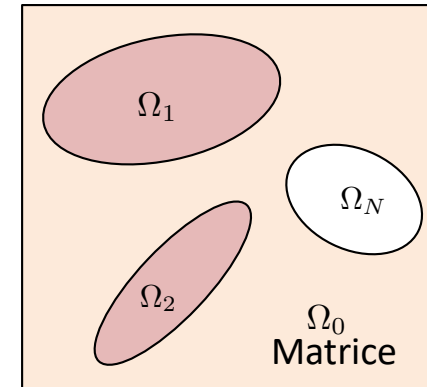
# Principe et méthode de l'homogénéisation linéaire

**Objectif** : trouver des propriétés effectives à partir d'informations locales (microstructurales)



## Équations du problème local

- Pour un composite à n-phases (certaines pouvant être des pores)
- On suppose connus :



- La **concentration** des phases (fraction volumique) :  $f_\alpha = \frac{V_\alpha}{V}$   $\sum_{\alpha=0}^N f_\alpha = 1$
- La **distribution spatiale, morphologie** et les **propriétés** des différentes phases (sauf pores)

$$\mathbf{k}(\underline{x}) = \sum_{\alpha=0}^1 \mathbf{k}_\alpha \chi_\alpha(\underline{x})$$

$$\mathbb{C}(\underline{x}) = \sum_{\alpha=0}^1 \mathbb{C}_\alpha \chi_\alpha(\underline{x})$$

$\chi_\alpha$  Fonction indicatrice valant 0 ou 1

- Le **chargement macroscopique**  
thermique :  $\underline{G}$       élasticité :  $\mathbf{E}$

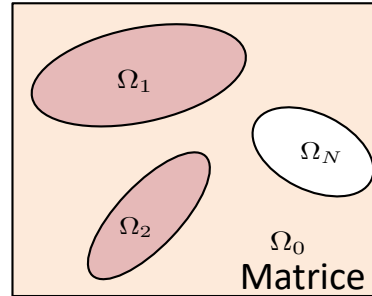
- La **linéarité** du problème donne :  $\underline{\varepsilon}(\underline{y}) = \mathbb{A}(\underline{y}) : \mathbf{E}$   
 $\underline{g}(\underline{y}) = \mathbf{a}(\underline{y}) \cdot \underline{G}$       Localisation



# Équations et résolution du problème local en thermique et en élasticité

**Thermique**

$$\underline{\text{div}} \underline{q}(\underline{x}) = 0 \quad \forall \underline{x} \in \Omega$$



**Équilibre**

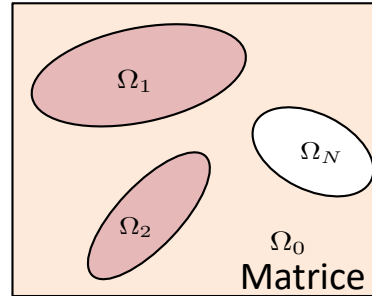
**Élasticité**

$$\underline{\text{div}} \underline{\sigma}(\underline{x}) = \underline{0} \quad \forall \underline{x} \in \Omega$$

# Équations et résolution du problème local en thermique et en élasticité

**Thermique**

$$\underline{div} \underline{q}(\underline{x}) = 0 \quad \forall \underline{x} \in \Omega$$



**Équilibre**

**Élasticité**

$$\underline{div} \underline{\sigma}(\underline{x}) = \underline{0} \quad \forall \underline{x} \in \Omega$$

**Loi de comportement  
des phases**

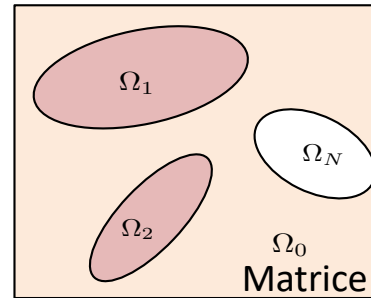
$$\underline{q} = -\mathbf{k}_\alpha(\underline{x}) \underline{grad} T(\underline{x}) \quad \underline{x} \in \Omega_\alpha$$

$$\begin{aligned} \underline{\sigma}(\underline{x}) &= \mathbb{C}_\alpha(\underline{x}) : \underline{\varepsilon}(\underline{u}) \quad \underline{x} \in \Omega_\alpha \\ \underline{\varepsilon}(\underline{u}(\underline{x})) &= \frac{1}{2} \left( \underline{grad} \underline{u} + \underline{grad}^T \underline{u} \right) \end{aligned}$$

# Équations et résolution du problème local en thermique et en élasticité

## Thermique

$$\underline{\text{div}} \underline{q}(\underline{x}) = 0 \quad \forall \underline{x} \in \Omega$$



Équilibre

## Élasticité

$$\underline{\text{div}} \underline{\sigma}(\underline{x}) = \underline{0} \quad \forall \underline{x} \in \Omega$$

Loi de comportement  
des phases

$$\underline{q} = -\mathbf{k}_\alpha(\underline{x}) \underline{\text{grad}} T(\underline{x}) \quad \underline{x} \in \Omega_\alpha$$

$$\underline{\sigma}(\underline{x}) = \mathbb{C}_\alpha(\underline{x}) : \underline{\varepsilon}(\underline{u}) \quad \underline{x} \in \Omega_\alpha$$

$$\underline{\varepsilon}(\underline{u}(\underline{x})) = \frac{1}{2} \left( \underline{\text{grad}} \underline{u} + \underline{\text{grad}}^T \underline{u} \right)$$

Conditions aux  
frontières

$$[[\underline{q}(\underline{x})]] \cdot \underline{n}_\alpha = 0 \quad \underline{x} \in \partial\Omega_\alpha$$

$$[[T(\underline{x})]] = 0 \quad \underline{x} \in \partial\Omega_\alpha$$

$$\underline{\sigma}(\underline{x}) \cdot \underline{n}_p = \underline{0} \quad \underline{x} \in \partial\Omega_p$$

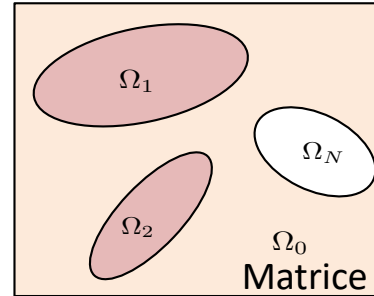
$$[[\underline{\sigma}(\underline{x})]] \cdot \underline{n}_{\alpha \neq p} = \underline{0} \quad \underline{x} \in \partial\Omega_{\alpha \neq p}$$

$$[[\underline{u}(\underline{x})]] = 0 \quad \underline{x} \in \partial\Omega_{\alpha \neq p}$$

# Équations et résolution du problème local en thermique et en élasticité

## Thermique

$$\underline{\text{div}} \underline{q}(\underline{x}) = 0 \quad \forall \underline{x} \in \Omega$$



## Équilibre

## Élasticité

$$\underline{\text{div}} \underline{\sigma}(\underline{x}) = \underline{0} \quad \forall \underline{x} \in \Omega$$

## Loi de comportement des phases

$$\underline{q} = -\mathbf{k}_\alpha(\underline{x}) \underline{\text{grad}} T(\underline{x}) \quad \underline{x} \in \Omega_\alpha$$

$$\underline{\sigma}(\underline{x}) = \mathbb{C}_\alpha(\underline{x}) : \underline{\varepsilon}(\underline{u}) \quad \underline{x} \in \Omega_\alpha$$

$$\underline{\varepsilon}(\underline{u}(\underline{x})) = \frac{1}{2} \left( \underline{\text{grad}} \underline{u} + \underline{\text{grad}}^T \underline{u} \right)$$

## Conditions aux frontières

$$[[\underline{q}(\underline{x})]] \cdot \underline{n}_\alpha = 0 \quad \underline{x} \in \partial\Omega_\alpha$$

$$[[T(\underline{x})]] = 0 \quad \underline{x} \in \partial\Omega_\alpha$$

$$\underline{\sigma}(\underline{x}) \cdot \underline{n}_p = \underline{0} \quad \underline{x} \in \partial\Omega_p$$

$$[[\underline{\sigma}(\underline{x})]] \cdot \underline{n}_{\alpha \neq p} = \underline{0} \quad \underline{x} \in \partial\Omega_{\alpha \neq p}$$

$$[[\underline{u}(\underline{x})]] = \underline{0} \quad \underline{x} \in \partial\Omega_{\alpha \neq p}$$

## Relations de moyenne

$$\langle \underline{\text{grad}} T(\underline{x}) \rangle = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \underline{\text{grad}} T(\underline{x}) dV = \underline{G}$$

$$\langle \langle \underline{\varepsilon}(\underline{u}) \rangle \rangle = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\partial\Omega} \underline{u} \otimes_S \underline{n} ds = \underline{\mathbf{E}}$$

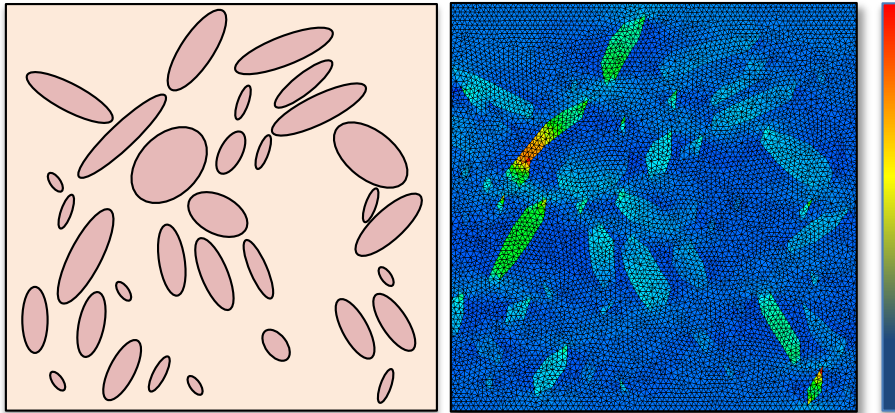


# Équations et résolution du problème local en thermique et en élasticité

Pour la résolution du pb local, deux grandes classes de modèles :

## Les modèles à champs **complets**

(simulations numériques, Éléments finis, FFT)



*Intérêts :*

- Permettent de **traiter toutes les géométries** (morpho. et distrib. spatiale)
- **Accès direct aux champs locaux et leurs variations** spatiales et temporelles

$$\underline{grad} T(\underline{x}) \quad \underline{q}(\underline{x}) \quad \underline{\varepsilon}(\underline{x}) \quad \underline{\sigma}(\underline{x})$$

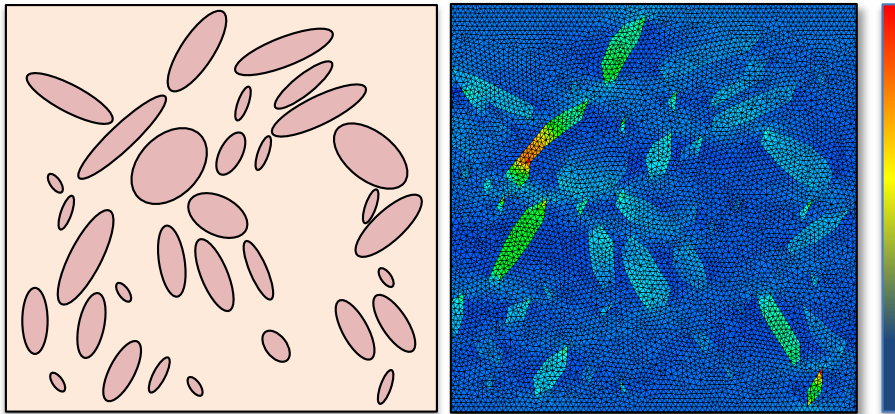
*Inconvénients :*

- **Lourds à mettre en œuvre** (possibilité CL périodiques pour diminuer la taille du VER)
- **Approximation numérique** (reconstruction d'image, maillage, MEF/FFT elle-même...)

# Équations et résolution du problème local en thermique et en élasticité

Pour la résolution du pb local, deux grandes classes de modèles :

## Les modèles à champs **complets** (simulations numériques, Éléments finis, FFT)



*Intérêts :*

- Permettent de **traiter toutes les géométries** (morpho. et distrib. spatiale)
- **Accès direct aux champs locaux et leurs variations** spatiales et temporelles

$$\underline{grad} T(\underline{x}) \quad \underline{q}(\underline{x}) \quad \underline{\varepsilon}(\underline{x}) \quad \underline{\sigma}(\underline{x})$$

*Inconvénients :*

- **Lourds à mettre en œuvre** (possibilité CL périodiques pour diminuer la taille du VER)
- **Approximation numérique** (reconstruction d'image, maillage, MEF/FFT elle-même...)

## FFT ?

- **Pas de maillage** : Utilisation directe d'une image en pixels/voxels sur une grille régulière
- Très efficace en homogénéisation linéaire (résolution directe de l'équation de Lippman-Schwinger)
- **CL périodiques** imposées

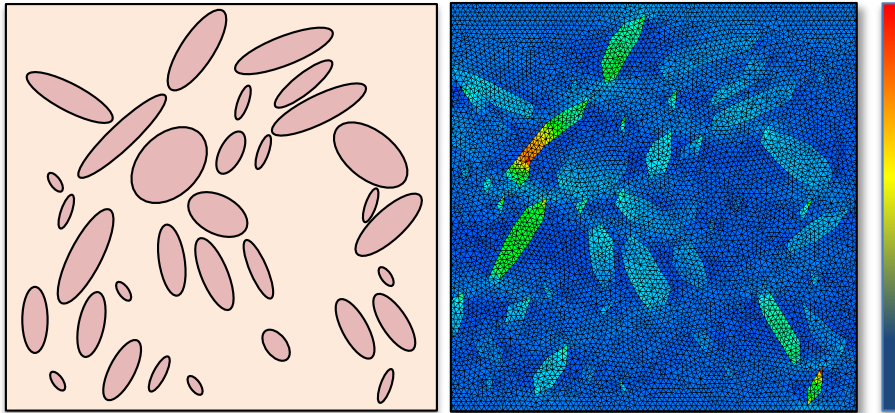
## MEF ?

- S'appuie sur un maillage (**Taille VER/Taille maille**)
- Issue de la formulation faible des équations (PTV)
- **CL homogènes** en déplacement (KUBC) ou contrainte (SUBC) ou **périodiques**.

# Équations et résolution du problème local en thermique et en élasticité

Pour la résolution du pb local, deux grandes classes de modèles :

## Les modèles à champs **complets** (simulations numériques, Éléments finis, FFT)



*Intérêts :*

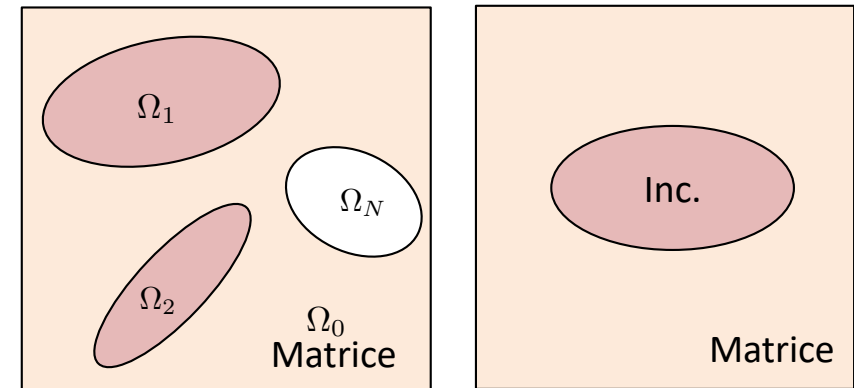
- Permettent de **traiter toutes les géométries** (morpho. et distrib. spatiale)
- **Accès direct aux champs locaux et leurs variations** spatiales et temporelles

$$\underline{grad}T(\underline{x}) \quad \underline{q}(\underline{x}) \quad \underline{\varepsilon}(\underline{x}) \quad \underline{\sigma}(\underline{x})$$

*Inconvénients :*

- **Lourds à mettre en œuvre** (possibilité CL périodiques pour diminuer la taille du VER)
- **Approximation numérique** (reconstruction d'image, maillage, MEF/FFT elle-même...)

## Les modèles à champs **moyens**



Dérivés du problème inclusionnaire  
d'Eshelby 1957

# Équations et résolution du problème local en thermique et en élasticité

La **linéarité** du problème → expression gradient de température ou la déformation moyenne par phase en fonction des champs macroscopiques :

## Thermique

$$\underline{g}_\alpha = \langle \underline{g}(\underline{x}) \rangle_\alpha = \mathbf{a}_\alpha \cdot \underline{G}$$

$$\mathbf{a}_\alpha = \langle \mathbf{a}(\underline{x}) \rangle_\alpha$$

$$\sum_{\alpha=0}^N c_\alpha \mathbf{a}_\alpha = \mathbf{I}$$

Flux moyen par phase :

$$\underline{q}_\alpha = -\mathbf{k}_\alpha \cdot \underline{g}_\alpha$$

## Élasticité

$$\boldsymbol{\varepsilon}_\alpha = \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\underline{x}) \rangle_\alpha = \mathbb{A}_\alpha : \mathbf{E}$$

$$\mathbb{A}_\alpha = \langle \mathbb{A}(\underline{x}) \rangle_\alpha$$

$$\sum_{\alpha=0}^N c_\alpha \mathbb{A}_\alpha = \mathbb{I}$$

Contrainte moyenne par phase :

$$\boldsymbol{\sigma}_\alpha = \mathbb{C}_\alpha : \boldsymbol{\varepsilon}_\alpha$$

**Tenseurs de localisation  
moyens  
par phase**

# Équations et résolution du problème local en thermique et en élasticité

La **linéarité** du problème → expression gradient de température ou la déformation moyenne par phase en fonction des champs macroscopiques :

## Thermique

$$\underline{g}_\alpha = \langle \underline{g}(\underline{x}) \rangle_\alpha = \mathbf{a}_\alpha \cdot \underline{G}$$

$$\mathbf{a}_\alpha = \langle \mathbf{a}(\underline{x}) \rangle_\alpha$$

$$\sum_{\alpha=0}^N c_\alpha \mathbf{a}_\alpha = \mathbf{I}$$

Flux moyen par phase :

$$\underline{q}_\alpha = -\mathbf{k}_\alpha \cdot \underline{g}_\alpha$$

## Élasticité

$$\boldsymbol{\varepsilon}_\alpha = \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\underline{x}) \rangle_\alpha = \mathbb{A}_\alpha : \mathbf{E}$$

$$\mathbb{A}_\alpha = \langle \mathbb{A}(\underline{x}) \rangle_\alpha$$

$$\sum_{\alpha=0}^N c_\alpha \mathbb{A}_\alpha = \mathbb{I}$$

Contrainte moyenne par phase :

$$\boldsymbol{\sigma}_\alpha = \mathbb{C}_\alpha : \boldsymbol{\varepsilon}_\alpha$$

## Réponse macroscopique

$$\underline{Q} = \langle \underline{q}(\underline{x}) \rangle = - \sum_{\alpha=0}^N f_\alpha \mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{a}_\alpha \cdot \underline{G}$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \langle \boldsymbol{\sigma}(\underline{x}) \rangle = \sum_{\alpha=0}^N f_\alpha \mathbb{C}_\alpha : \mathbb{A}_\alpha : \mathbf{E}$$

## Propriétés effectives

$$\underline{Q} = -\mathbf{k}^* : \underline{G}$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbb{C}^* : \mathbf{E}$$

# Équations et résolution du problème local en thermique et en élasticité

## Thermique

$$\mathbf{k}^* := \sum_{\alpha=0}^N f_{\alpha} \mathbf{k}_{\alpha} \cdot \mathbf{a}_{\alpha} = \langle \mathbf{k}(\underline{x}) \cdot \mathbf{a}(\underline{x}) \rangle$$

Par identification :

## Élasticité

$$\mathbb{C}^* := \sum_{\alpha=0}^N f_{\alpha} \mathbb{C}_{\alpha} : \mathbb{A}_{\alpha} = \langle \mathbb{C}(\underline{x}) : \mathbb{A}(\underline{x}) \rangle$$

Réécriture en fonction des tenseurs de localisation des inclusions :

$$\mathbf{k}^* = \mathbf{k}_0 + \sum_{\alpha=1}^N f_{\alpha} (\mathbf{k}_{\alpha} - \mathbf{k}_0) \cdot \mathbf{a}_{\alpha}$$

$$\mathbb{C}^* = \mathbb{C}_0 + \sum_{\alpha=1}^N f_{\alpha} (\mathbb{C}_{\alpha} - \mathbb{C}_0) : \mathbb{A}_{\alpha}$$

- Objectif = trouver les **tenseurs de localisation moyens par phase**.
- Des solutions sont connues sous certaines hypothèses (distributions diluées, Mori Tanaka, schéma auto-cohérent, Lielens, Hashin-Shtrikman, etc)

# Équations et résolution du problème local en thermique et en élasticité

## Thermique

## Élasticité

Par identification :

$$\mathbf{k}^* := \sum_{\alpha=0}^N f_{\alpha} \mathbf{k}_{\alpha} \cdot \mathbf{a}_{\alpha} = \langle \mathbf{k}(\underline{x}) \cdot \mathbf{a}(\underline{x}) \rangle \quad \mathbb{C}^* := \sum_{\alpha=0}^N f_{\alpha} \mathbb{C}_{\alpha} : \mathbb{A}_{\alpha} = \langle \mathbb{C}(\underline{x}) : \mathbb{A}(\underline{x}) \rangle$$

Réécriture en fonction des tenseurs de localisation des inclusions :

$$\mathbf{k}^* = \mathbf{k}_0 + \sum_{\alpha=1}^N f_{\alpha} (\mathbf{k}_{\alpha} - \mathbf{k}_0) \cdot \mathbf{a}_{\alpha}$$

$$\mathbb{C}^* = \mathbb{C}_0 + \sum_{\alpha=1}^N f_{\alpha} (\mathbb{C}_{\alpha} - \mathbb{C}_0) : \mathbb{A}_{\alpha}$$

- Objectif = trouver les **tenseurs de localisation moyens par phase**.
- Des solutions sont connues sous certaines hypothèses (distributions diluées, Mori Tanaka, schéma auto-cohérent, Lielens, Hashin-Shtrikman, etc)

### Remarques :

- Il existe également une **définition énergétique** des propriétés effectives

Ex:  $\mathbf{E} : \mathbb{C}^* : \mathbf{E} = \langle \boldsymbol{\varepsilon}(\underline{y}) : \mathbb{C}(\underline{y}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\underline{y}) \rangle \quad \mathbb{C}^* = \langle \mathbb{A}(\underline{y}) : \mathbb{C}(\underline{y}) : \mathbb{A}(\underline{y}) \rangle$

- L'approche peut être menée en contraintes avec en général des résultats différents

Ex :  $\langle \boldsymbol{\sigma}(\underline{y}) \rangle_{\alpha} = \mathbb{B}_{\alpha} : \boldsymbol{\Sigma} \quad \mathbb{S}^* := \sum_{\alpha=0}^N f_{\alpha} \mathbb{S}_{\alpha} \mathbb{B}_{\alpha} = \langle \mathbb{S}(\underline{y}) : \mathbb{B}(\underline{y}) \rangle$

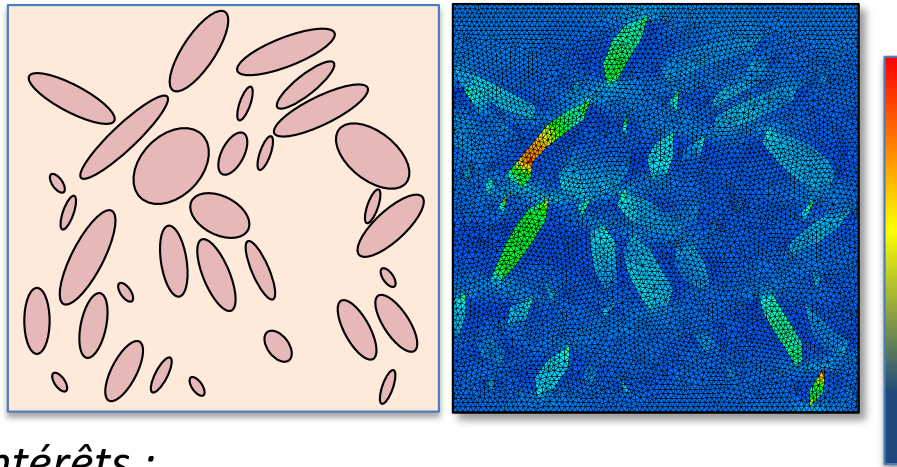


# Équations et résolution du problème local en thermique et en élasticité

Pour la résolution du pb local, deux grandes classes de modèles :

## Les modèles à champs **complets**

(simulations numériques, Éléments finis, FFT)



*Intérêts :*

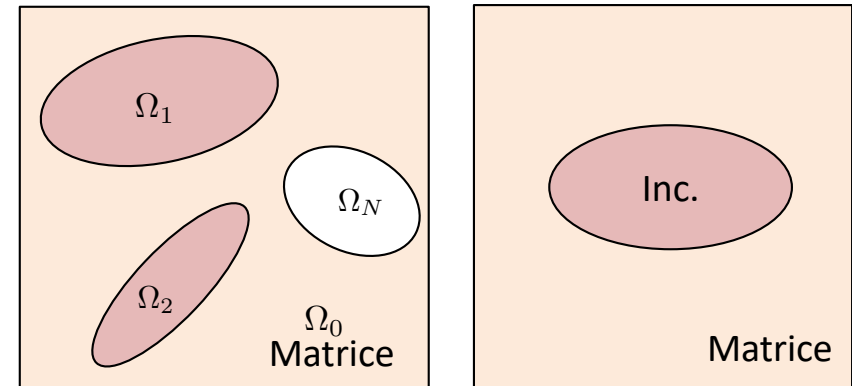
- Permettent de **traiter toutes les géométries** (morpho. et distrib. spatiale)
- **Accès direct aux champs locaux et leurs variations** spatiales et temporelles

$$\underline{grad}T(\underline{x}) \quad \underline{q}(\underline{x}) \quad \underline{\varepsilon}(\underline{x}) \quad \underline{\sigma}(\underline{x})$$

*Inconvénients :*

- **Lourds à mettre en œuvre** (possibilité CL périodiques pour diminuer la taille du Pb)
- Approximation numérique (reconstruction d'image, maillage, MEF/FFT elle-même...)

## Les modèles à champs **moyens**



*Intérêts :*

- **Faciles à mettre en œuvre** (expressions analytiques)
- Concordance des solutions à faible taux de renforts (jusqu'à ~25%)

*Inconvénients :*

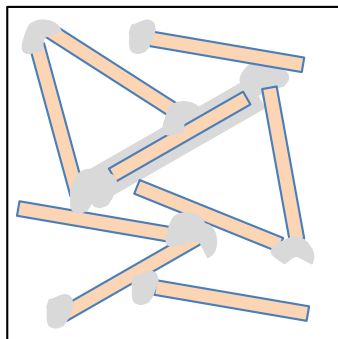
- **Pas de solution** pour toutes les géométries, toutes les anisotropies, etc
- Estimation **moyenne** des champs locaux et éventuellement de leurs fluctuations
- Correctes pour un contraste modéré

# Obtention de propriétés effectives pour les bétons végétaux et leurs constituants en homogénéisation linéaire

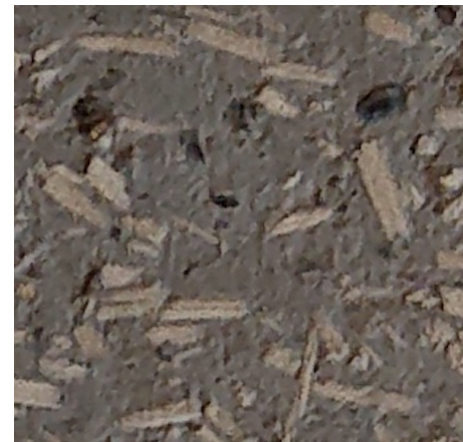
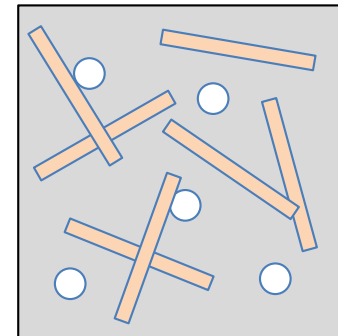
1. Présentation des grandes classes de modèles micro-macros
2. Application aux bétons végétaux

## Richesse microstructurale

- **Composition**
  - **multiphasique** (liant, particules végétales, pores,...)
  - de composition finale exacte **mal connue**
  - avec fort **contraste mécanique** entre phases
- **Concentration**
  - Taux de remplissages **élevés** (dosage en liant de 10% à 40%)



Dilution





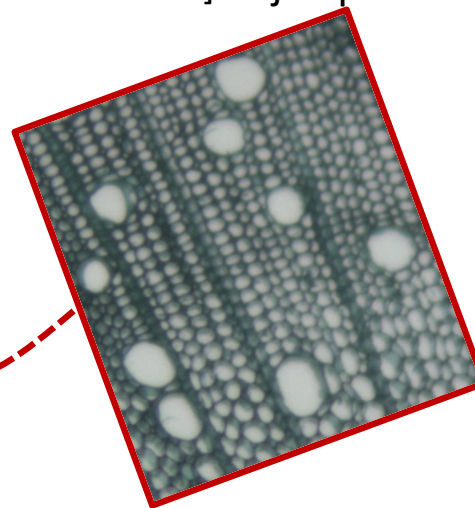
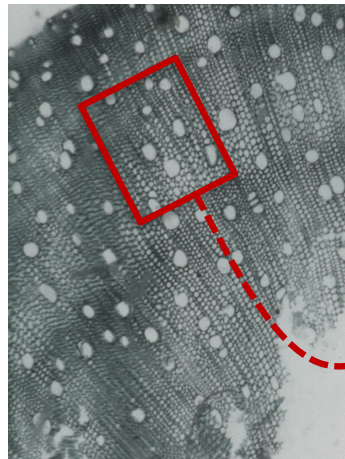
# Spécificités microstructurales et de comportement

## Richesse microstructurale

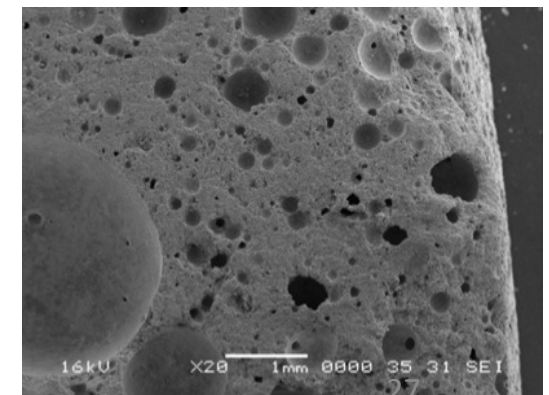
- **Composition**
  - **multiphasique** (Liant, particules végétales, pores,...)
  - de composition finale exacte **mal connue**
  - avec fort **contraste mécanique** entre phases
- **Concentration**
  - Taux de remplissages **élevés** (dosage en liant de 10% à 40%)
- **Polydispersion**
  - **Particules de différentes tailles**
  - **Porosité multi-échelles** (micro, méso, macro)
    - Interphase (souvent ouverte, entre particules, 1-5 mm)
    - Intraphasse (ouverte ou fermée 2 ordres de grandeurs dans liant 30-700nm [Driss 2008] [Collet 2004] , 40 $\mu$ m [Laborel-Préneron 2018] et jusqu'à 100 $\mu$ m dans la chènevotte)



Chènevotte de chanvre :  
échelle micro



Liant : échelle méso et micro



[Nguyen 2010]

# Spécificités microstructurales et de comportement

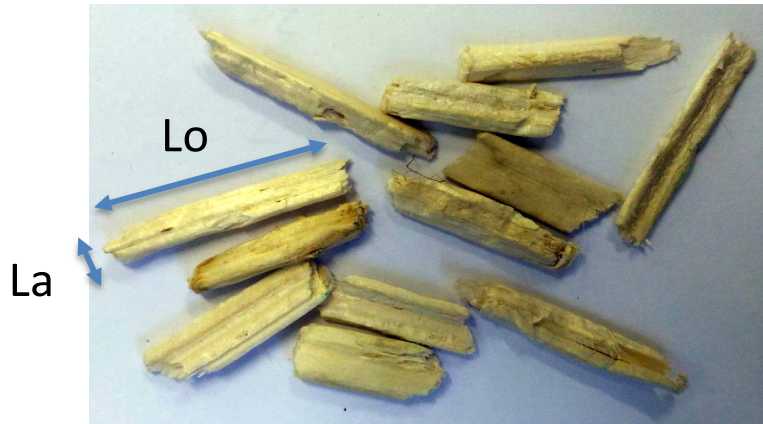
- **Distribution spatiale et morphologie**

- Géométrie plaquettaire des chènevottes

$Lo = 15\text{mm}$     $La = 4\text{mm}$     $e = 2\text{mm}$

➔ Anisotropies primaire et induite

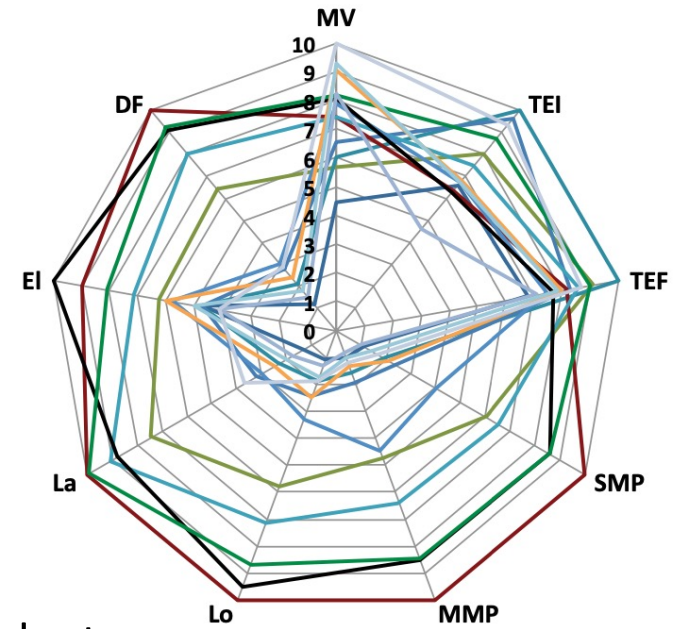
➔ Renforcée par mise en œuvre



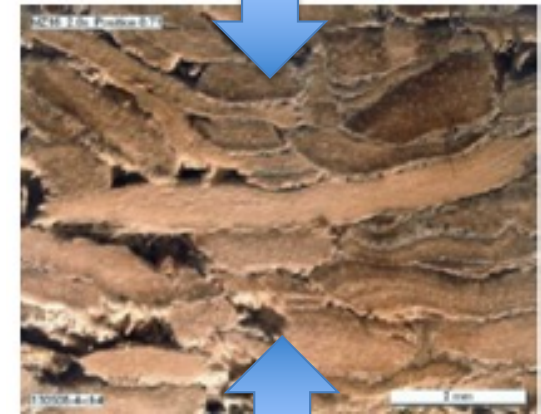
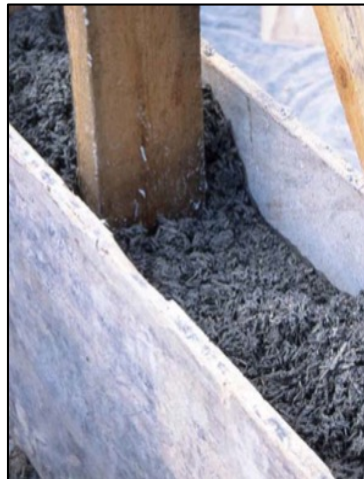
$$EI = Lo/La$$

DE = Diamètre équivalent

## Comparaison de 13 types de chanvres



[Niyigena 2014]



[Nguyen 2010]

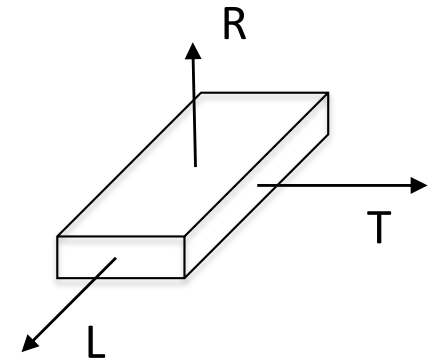
Stratification



## Lois de comportements complexes

### • Comportement des phases

- Quasi isotrope transverse de chènevotte  
→ Anisotropie renforcée
- NL endommageable du liant, écrasement des particules



### • Comportement effectif

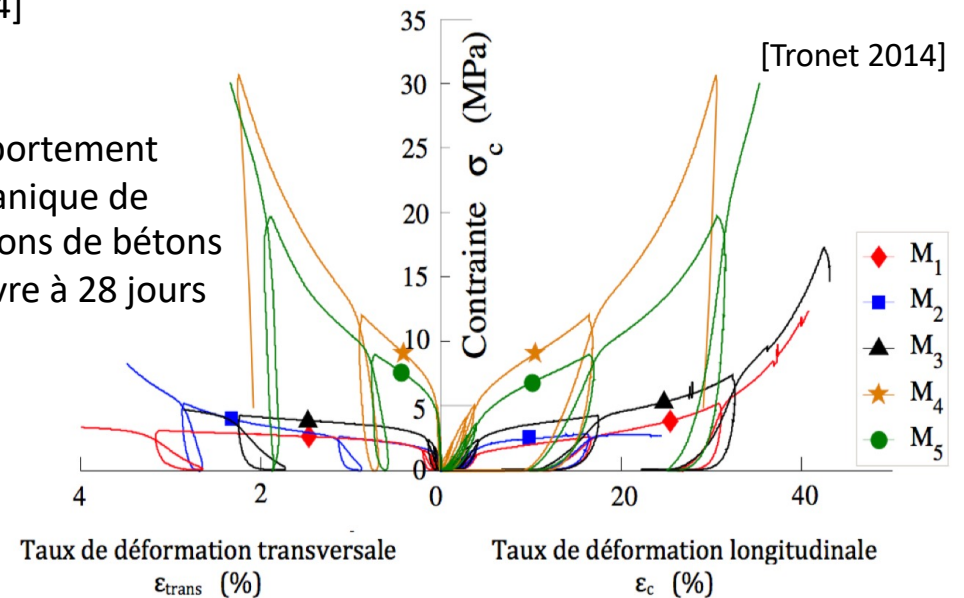
- non linéaire : Pseudo-plasticité et effet rigidifiant (« écroûssage positif ») lié à la diminution de la porosité au cours de la compression (**densification**)  
[Nguyen 2010], [Pham 2014], [Tronet 2014], [Dinh 2014]

- Déformation élevée à rupture
- Localisation

Mais aussi :

- Effets de taille des particules
- Couplages multi $\varphi$  thermo-hygro-mécaniques
- Durabilité / vieillissement
- etc

Comportement mécanique de formulations de bétons de chanvre à 28 jours



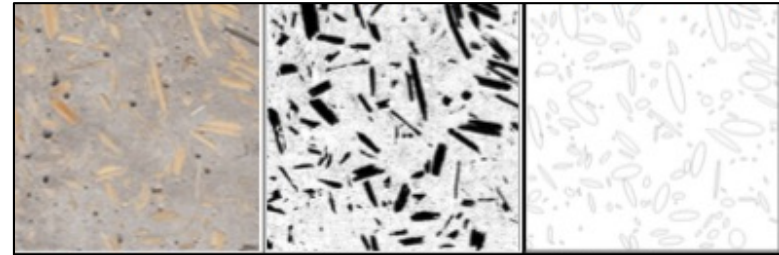
→ Pas de méthode micro-macro qui réponde **directement et simplement** à tous ces enjeux



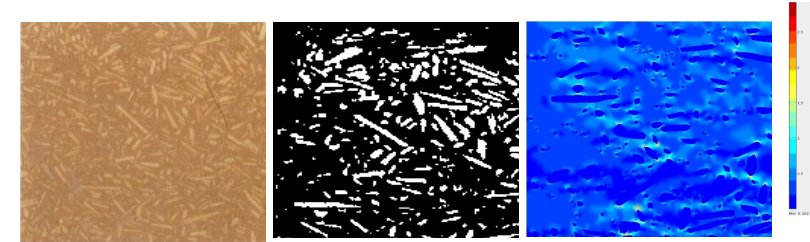
## Obtention des microstructures (VER)

- **Travail sur microstructures « réelles »**
  - micrographies optiques (2D)
  - microtomographies RX (3D)
    - Taille et nombre des échantillons
    - Artefacts + Difficultés de maillage
- **Génération de microstructures**
  - Difficile d'atteindre des **taux de renfort élevés** sauf matériaux très polydisperses
    - Majorité des travaux sur sphères, ellipsoïdes, cylindres,... (pas plaquettes)

Analyse de micrographies, bétons de chanvre

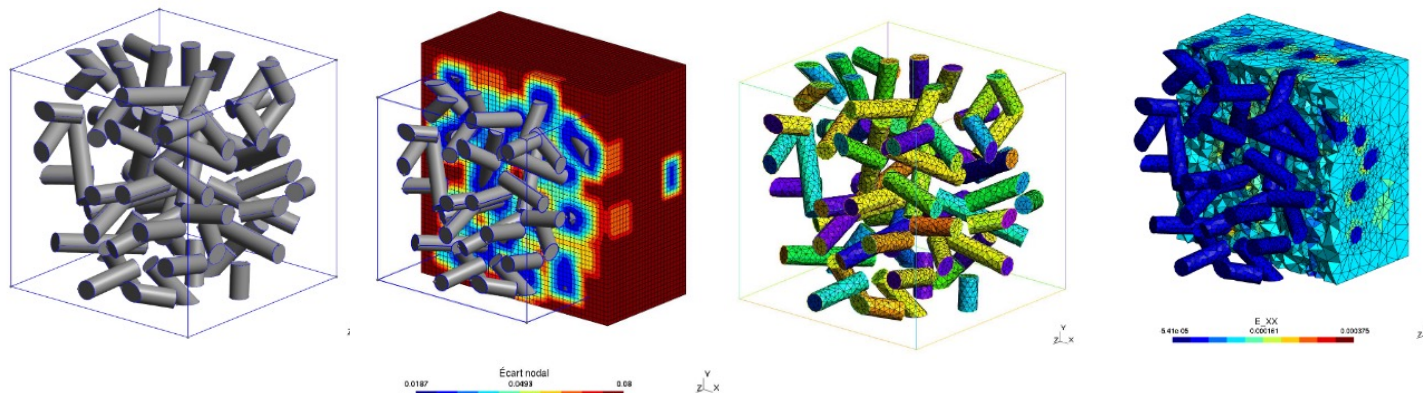
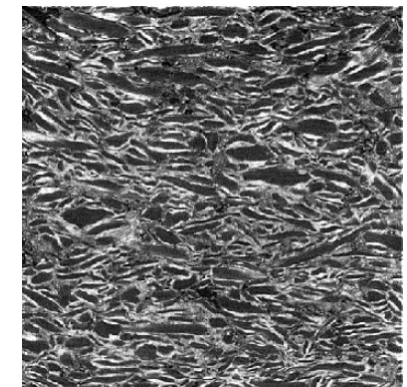


[Pham 2014]



[Hassanein 2011, Breittmayer 2012]

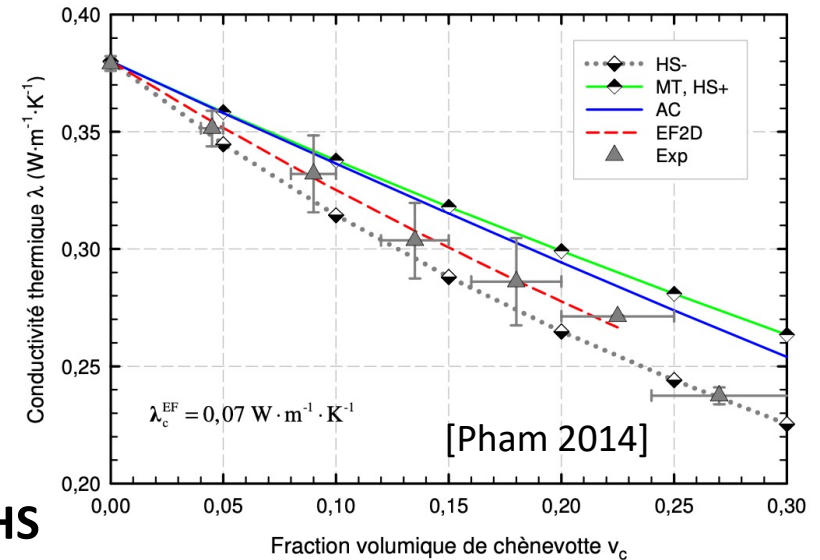
Ex : de microtomographie RX, béton de chanvre  
[Tronet 2014]  
Mesure volumique des taux de porosité



Développement d'une méthode de génération de microstructures  
[Couture 2019]

## Mise en œuvre directe pour modéliser des bétons végétaux

- Sur les **bétons de chanvre**
  - [Cerezo 2005]
  - Schéma **auto-cohérent**
  - [Pham 2014]
  - **Mori Tanaka** et schéma **auto-cohérent** + Bornes HS
  - Comparaison à des simulations en **champs complets**



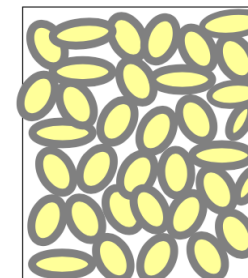
$$\mathbb{C}^* = \mathbb{C}_0 + \sum_{\alpha=1}^N f_{\alpha} (\mathbb{C}_{\alpha} - \mathbb{C}_0) : \underbrace{\left[ \mathbb{I} + \mathbb{P}_E^1 : (\mathbb{C}_1 - \mathbb{C}^*) \right]^{-1}}_{\mathbb{A}_1}$$

$$\mathbb{C}^* = \mathbb{C}_0 + \sum_{\alpha=1}^N f_{\alpha} (\mathbb{C}_{\alpha} - \mathbb{C}_0) : \underbrace{\left[ \mathbb{I} + (1 - f_{\alpha}) \mathbb{P}_E^1 : (\mathbb{C}_1 - \mathbb{C}_0) \right]^{-1}}_{\mathbb{A}_1}$$

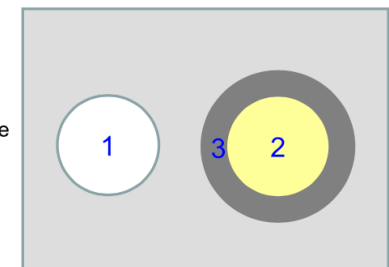
$$\mathbb{P}_E^1$$

Tenseur d'influence de Hill (dépend notamment de la forme de l'inclusion)

- Sur les **bétons de bois** [Akkaoui 2017]
  - Résolution et combinaison de deux problèmes
    - Pore dans matrice
    - Inclusions enrobée [Hervé et Zaoui 1993]
    - Toutes inclusions sont **sphériques**
  - Schéma **auto-cohérent**

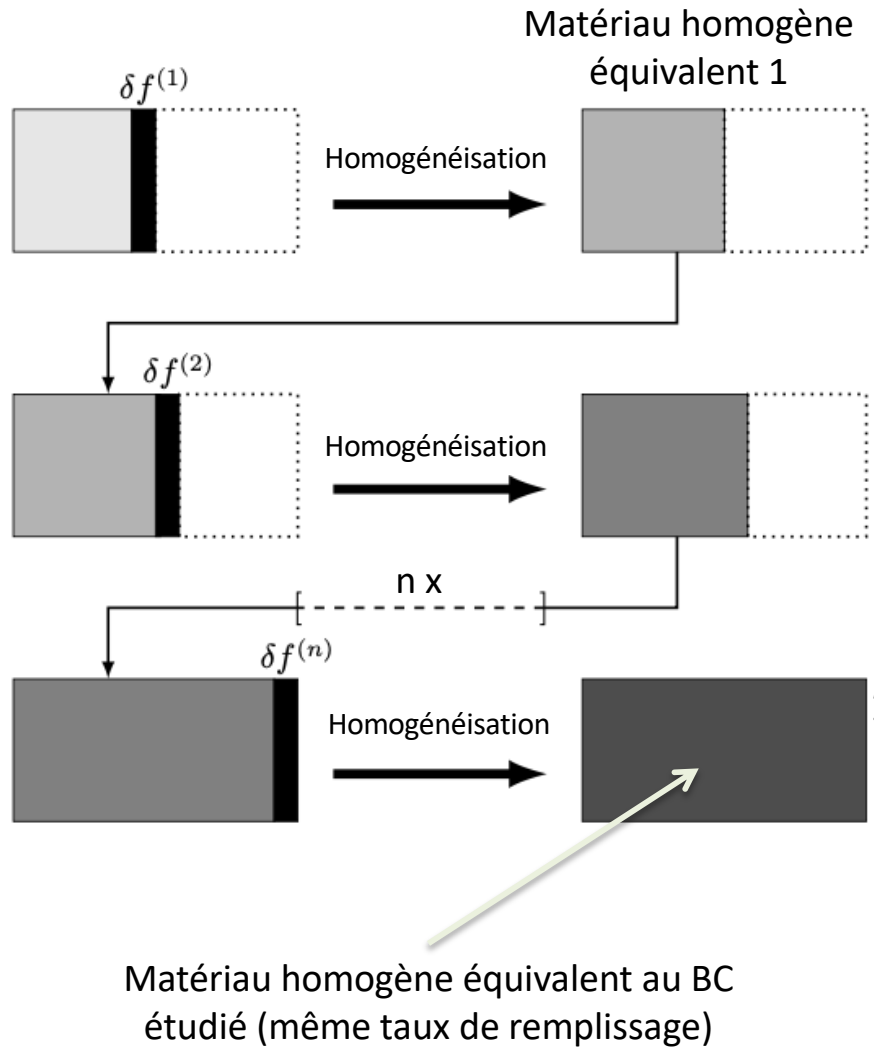


- (1): air
- (2): aggregate
- (3): binder



# Méthode d'homogénéisation itérative numérique

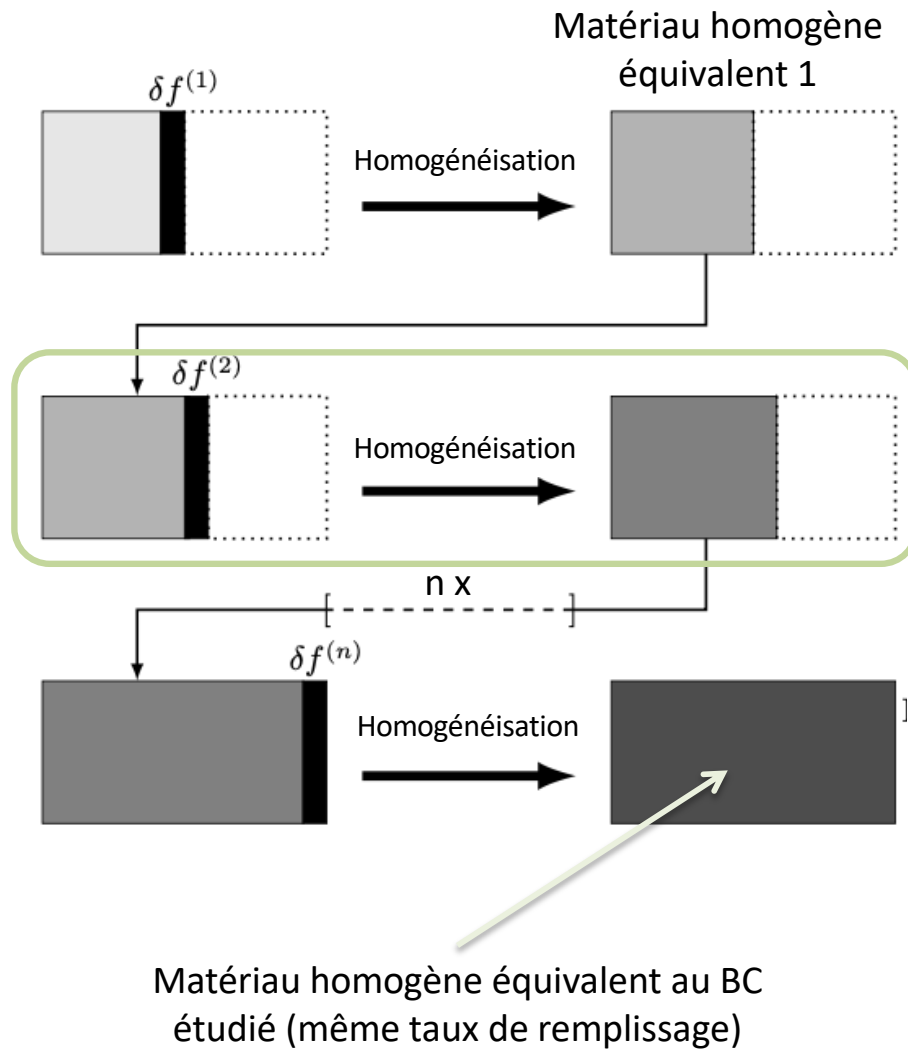
[Mom 2013], [Dartois et al. 2017]



Inspiré du schéma différentiel de Norris (1985) et Zimmerman (1991)

# Méthode d'homogénéisation itérative numérique

[Mom 2013], [Dartois et al. 2017]



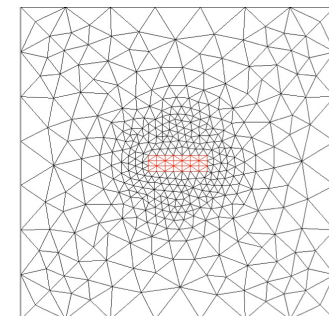
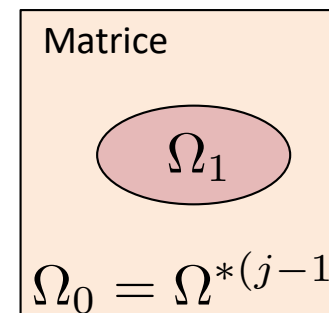
## A chaque itération :

- Un problème local à résoudre
- Fraction d'inclusion = **faible**, + matériau bi-phasé = structure simple

$$f^{(j)} = \frac{\delta f^{(j)}}{(1 - f) + \sum_{p=1}^j \delta f^{(p)}}$$

→ **Domaine de validité des techniques usuelles d'homogénéisation linéaires** y compris modèles en champs moyens.

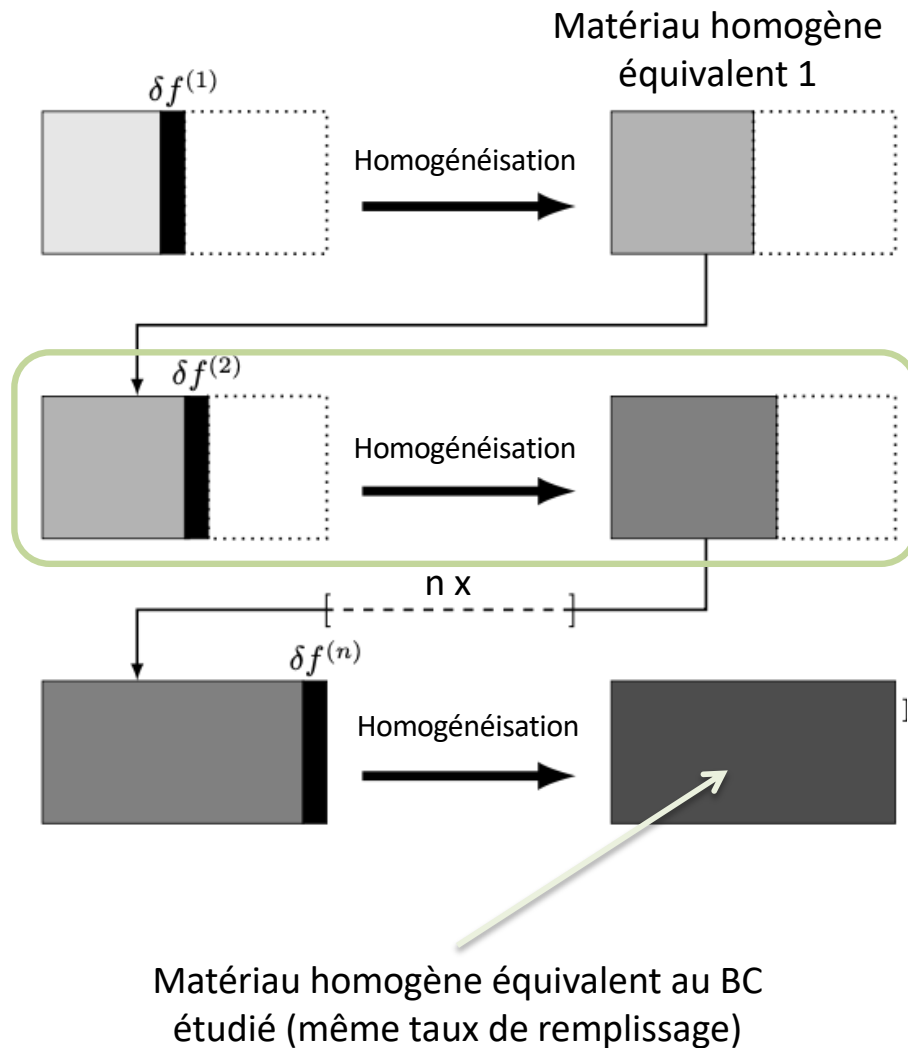
→ Rapidité de mise en œuvre (résolution analytique ou numérique)



Inspiré du schéma différentiel de Norris (1985) et Zimmerman (1991)

# Méthode d'homogénéisation itérative numérique

[Mom 2013], [Dartois et al. 2017]



## A chaque itération :

- Un problème local à résoudre
- Fraction d'inclusion = **faible**, + matériau bi-phasé = structure simple

$$f^{(j)} = \frac{\delta f^{(j)}}{(1 - f) + \sum_{p=1}^j \delta f^{(p)}}$$

→ **Domaine de validité des techniques usuelles d'homogénéisation linéaires** y compris modèles en champs moyens.

→ Rapidité de mise en œuvre (résolution analytique ou numérique)

→ Possibilité de changer l'orientation et la nature de l'inclusion à chaque étape.

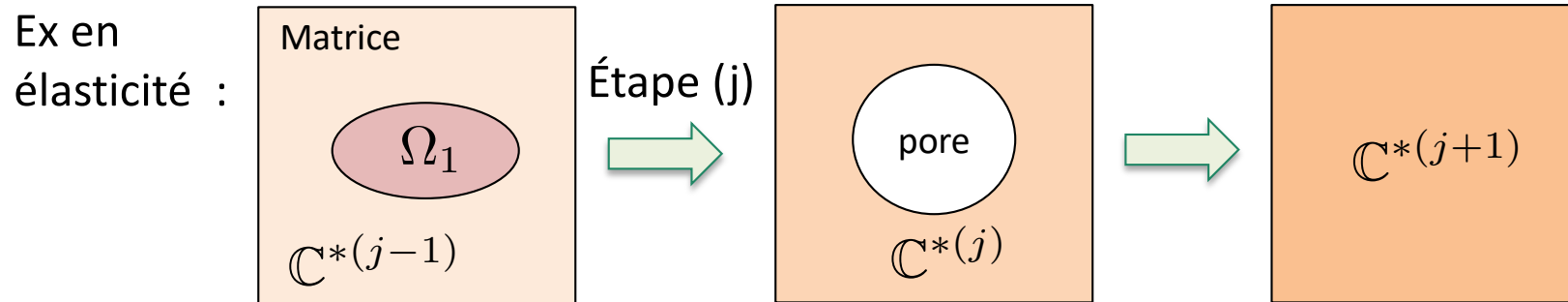
→ Milieu homogène équivalent = potentiellement **anisotrope**

Inspiré du schéma différentiel de Norris (1985) et Zimmerman (1991)

# Méthode d'homogénéisation itérative numérique

Possibilité de changer la forme, l'orientation ou la nature de l'inclusion à chaque étape

→ milieu polydisperse et orienté



$$\mathbb{C}^{*(j)} = \mathbb{C}^{*(j-1)} + f^{(j)} \left( \mathbb{C}_1 - \mathbb{C}^{*(j-1)} \right) : \mathbb{A}_1$$

Modélisations dérivées du problème d'Eshelby :

(avec prise en compte ou non d'une forme d'interaction entre particules)

- Distributions diluées :  $\mathbb{A}_1 = \left[ \mathbb{I} + \mathbb{P}_E^1 : \left( \mathbb{C}_1 - \mathbb{C}^{*(j-1)} \right) \right]^{-1}$
- Mori-Tanaka :  $\mathbb{A}_1 = \left[ \mathbb{I} + (1 - f^{(j)}) \mathbb{P}_E^1 : \left( \mathbb{C}_1 - \mathbb{C}^{*(j-1)} \right) \right]^{-1}$
- Schéma auto-cohérent :  $\mathbb{A}_1 = \left[ \mathbb{I} + \mathbb{P}_E^1 : \left( \mathbb{C}_1 - \mathbb{C}^{*(j)} \right) \right]^{-1}$

$\mathbb{P}_E^1$   
Tenseur  
d'influence de Hill  
(dépend  
notamment de la  
forme de  
l'inclusion)

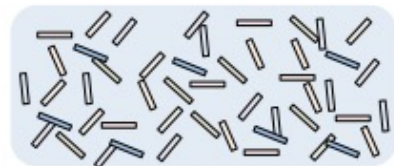
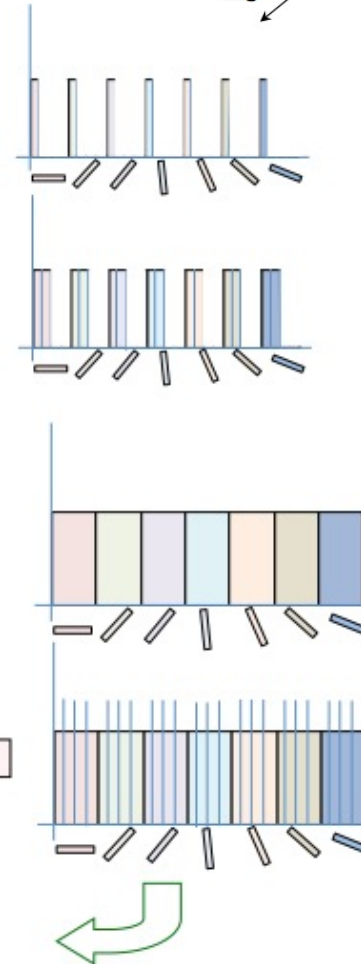
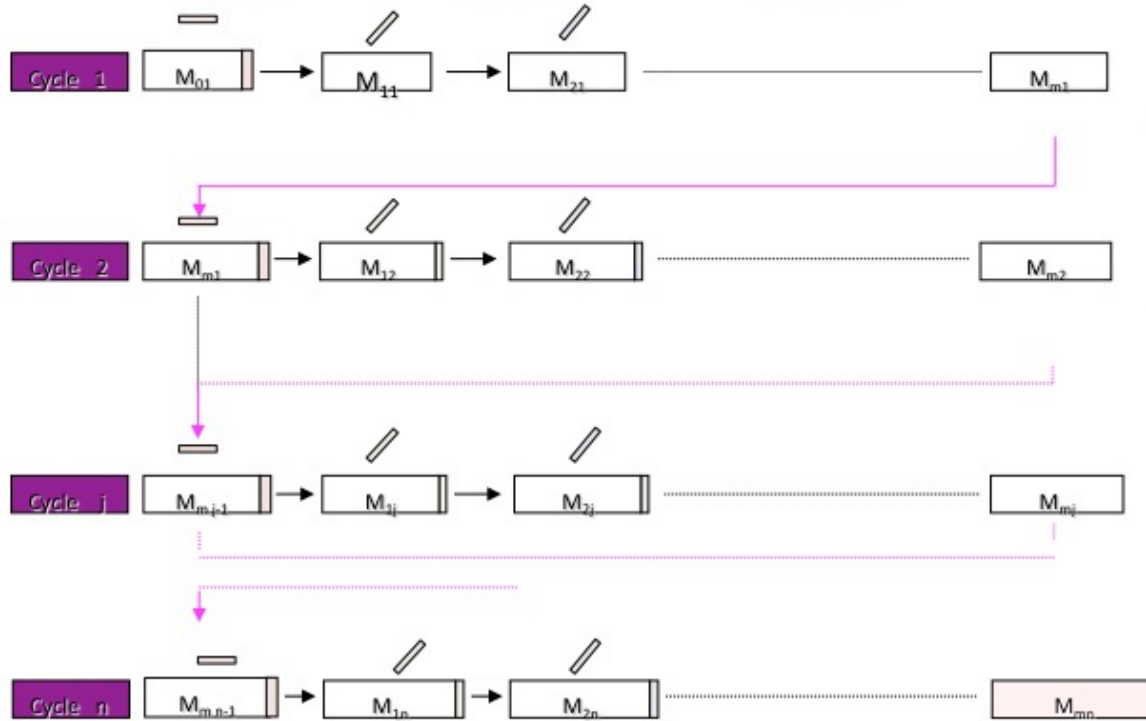
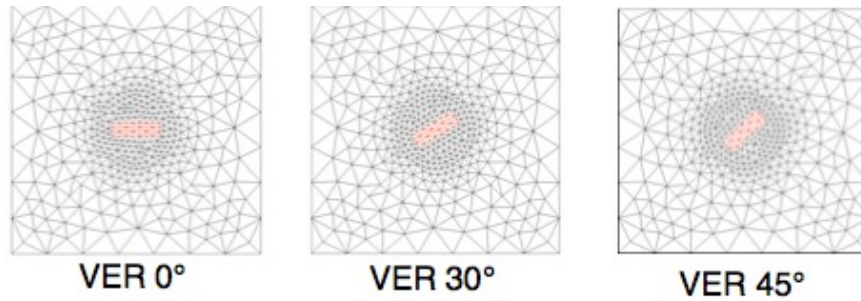
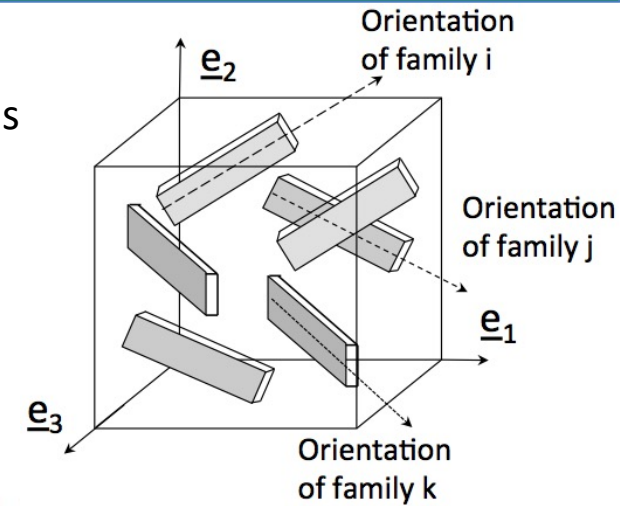
→ Peu d'influence de l'ordre d'introduction pour la classe de matériaux visée.



# Méthode d'homogénéisation itérative numérique

Pour prendre en compte **les orientations** des inclusions :

- Principe : **Introductions successives** des différentes orientations

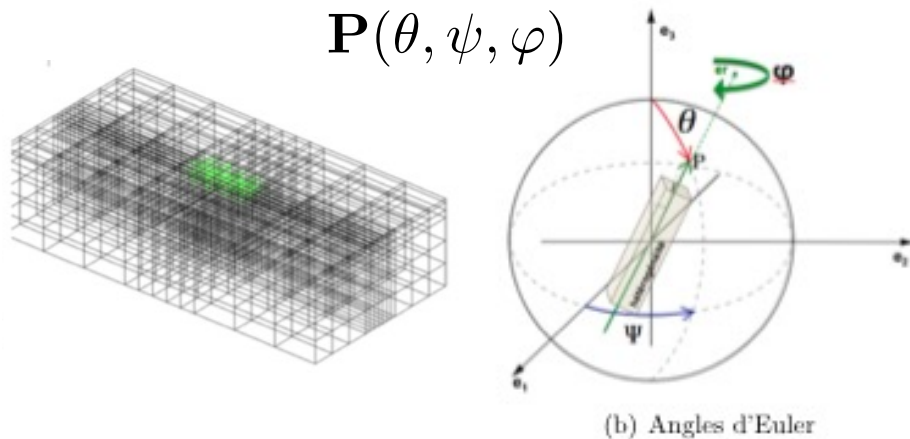


Comportement homogène équivalent

# Méthode d'homogénéisation itérative numérique

## Pour prendre en compte les orientations des inclusions :

- Principe : **Introductions successives** des différentes orientations
- Pratique : **Couplage** de la méthode d'homogénéisation itérative et d'une **rotation analytique**  
→ **Résolution MEF sur un unique maillage de référence, paramétrable**



Conductivité :

$$K_{ij}^*(\theta, \psi, \varphi) = P_{ik} P_{jl} K_{kl}^*(90^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$$

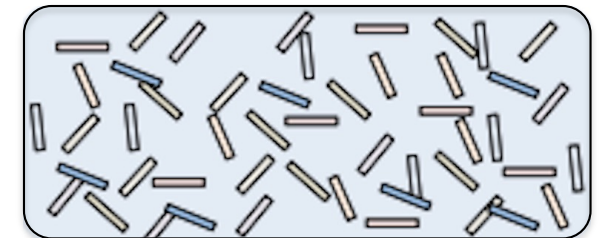
Rigidité :

$$A_{ijkl}^*(\theta, \psi, \varphi) = P_{im} P_{jn} P_{kp} P_{lq} A_{mnpq}^*(90^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$$

- **Comportement isotrope**

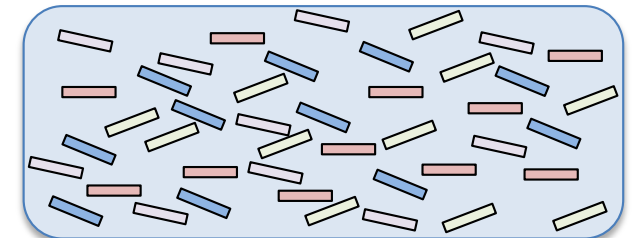
$$\mathbf{K}^{*(p)} = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} \left( \int_0^{2\pi} \left( \int_0^\pi \sin \theta \mathbf{K}^{*(p)}(\theta, \psi, \varphi) d\theta \right) d\varphi \right) d\psi$$

- Intégrale : sur l'espace (milieu aléatoire)  
dans un plan (milieu isotrope transverse)



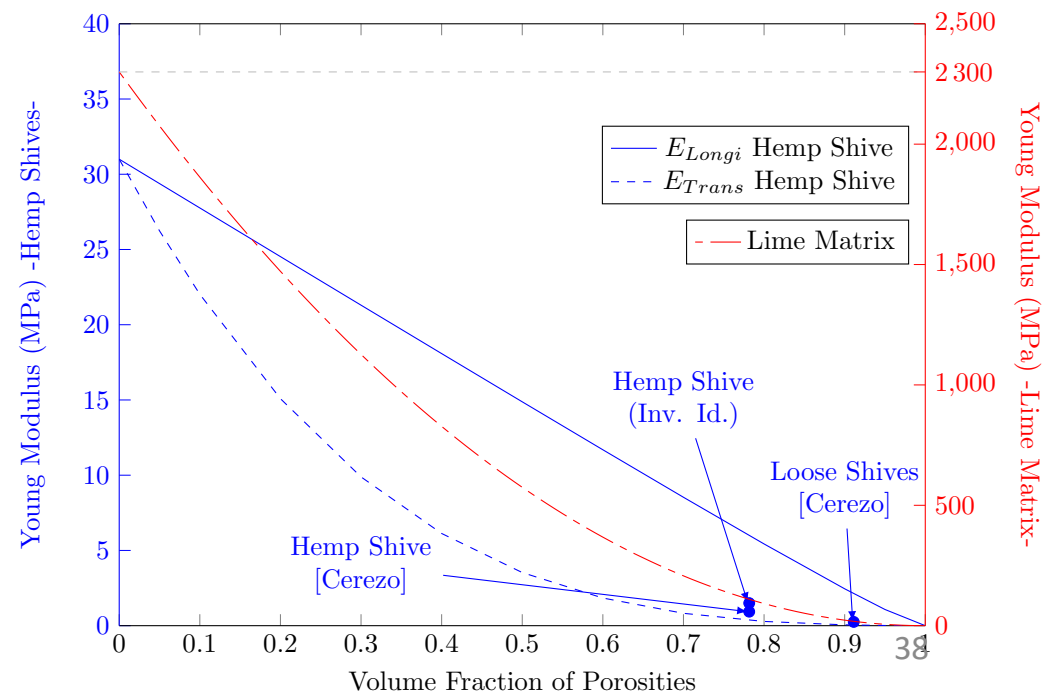
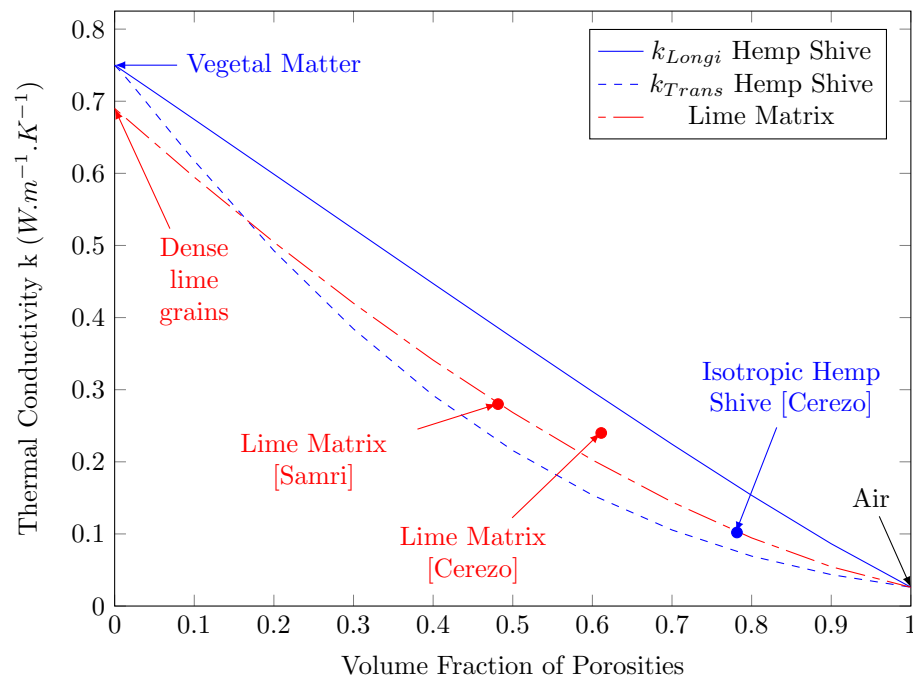
- **Comportement anisotrope quelconque (BC compacté)**

- Somme pondérée
- Intégrales partielles en cas de symétries (isotropie transverse)



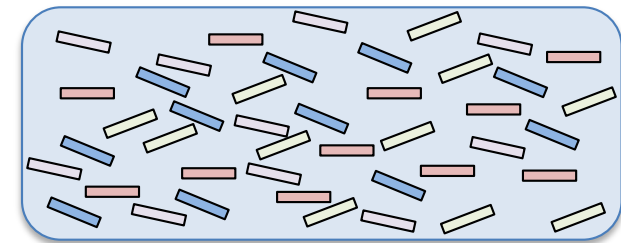
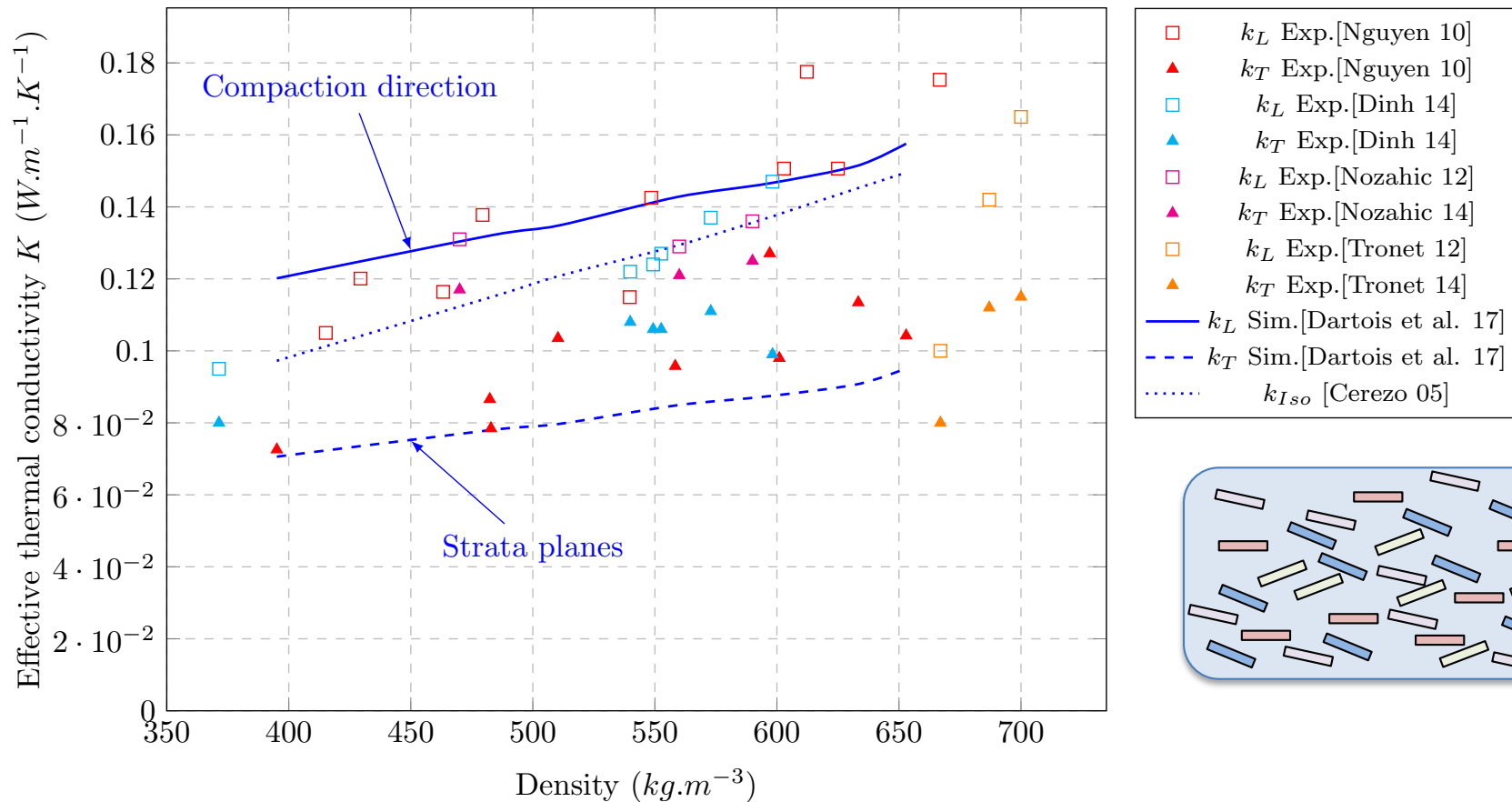
# Propriétés effectives des bétons de chanvre

- Volonté de mise en œuvre pour déterminer le **comportement effectif de bétons de chanvre**.
- Pb : mauvaise connaissance des données d'entrée des modèles :
  - **Compositions réelles des bétons**
    - **Analyse inverse** à partir de la masse volumique
    - **Scenari d'évolution des porosités** en fonction du compactage
  - **Loi de comportement des chènevottes**
    - Mise en œuvre de la méthode itérative à l'échelle de la chènevotte



# Propriétés effectives des bétons de chanvre

- **Béton compacté isotrope transverse** (conductivité thermique effective)



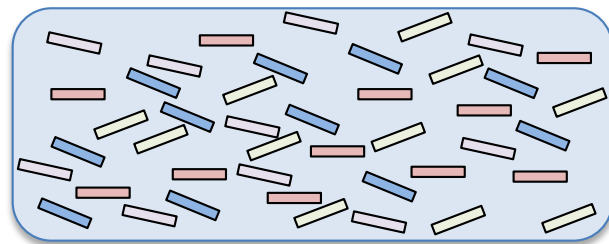
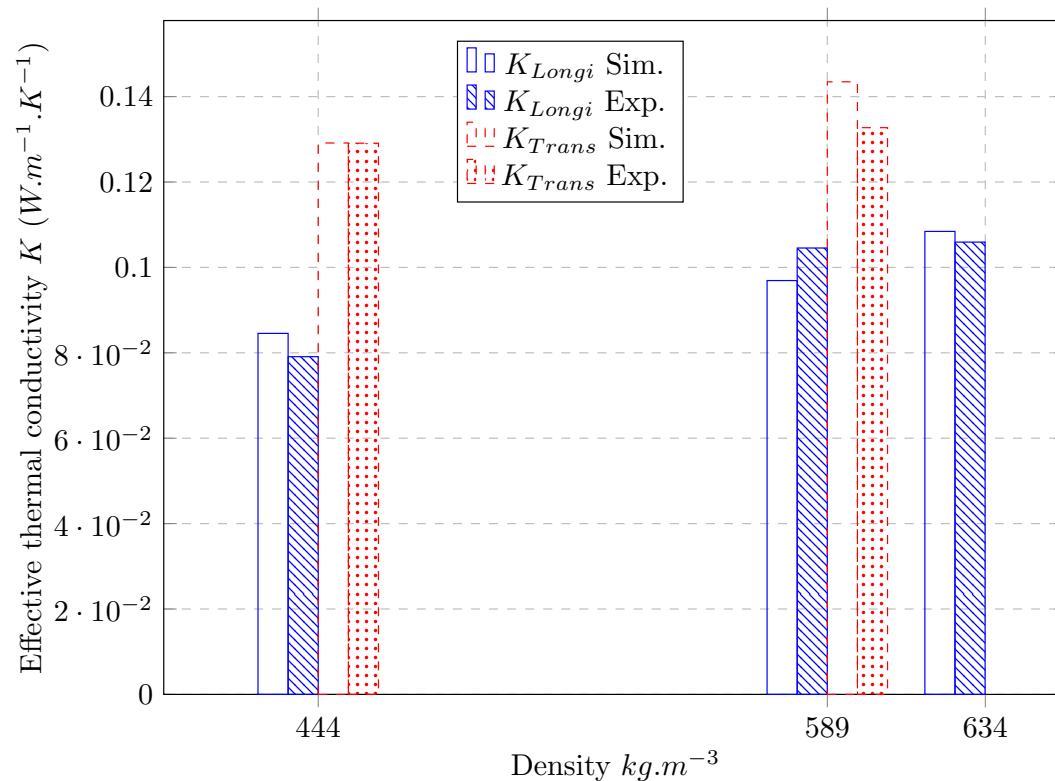
- **Simulations 3D**
- Poly-orienté plan
- **Différentes formulations**

Rq : Schéma auto-cohérent : particules = distribuées aléatoirement, équivalent à sphères) → résultats de Cérézo retrouvés

→ Prise en compte de la **morphologie** permet de mieux approcher prédire le **comportement anisotrope** pour le cas de **bétons compactés**.

# Propriétés effectives des bétons de chanvre

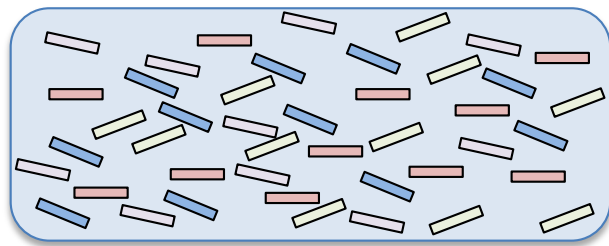
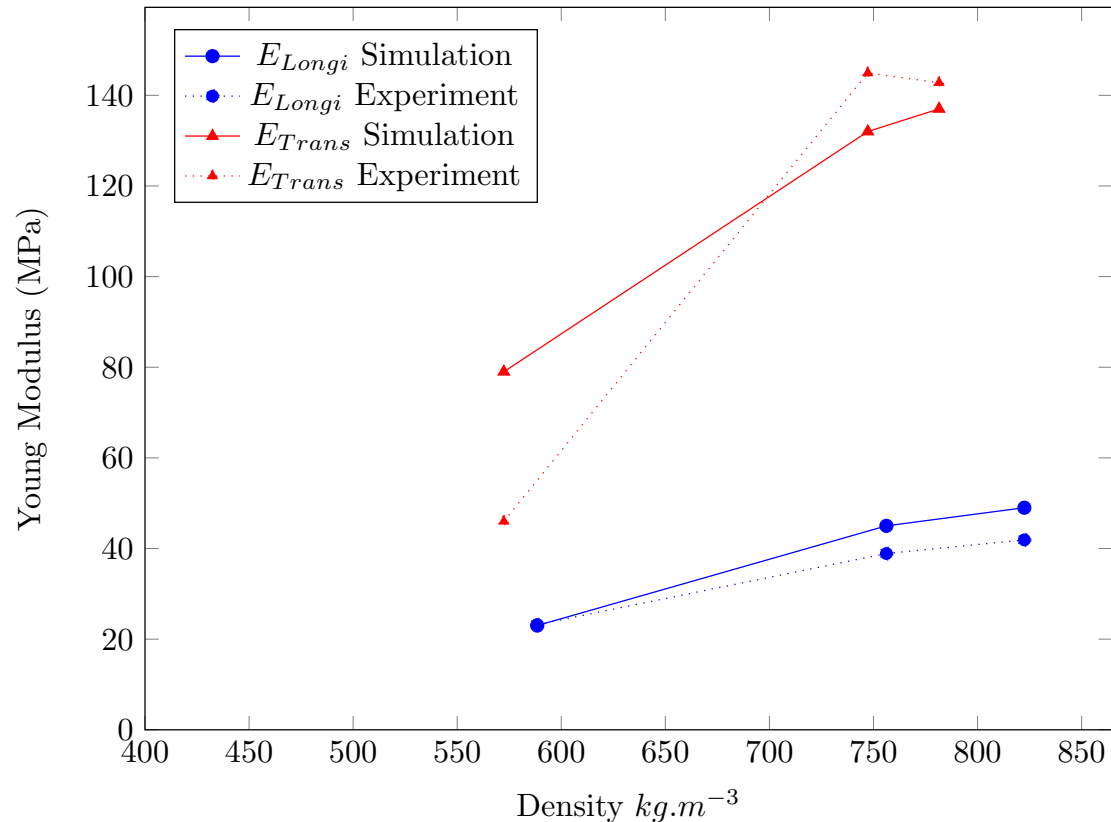
- Béton **compacté isotrope transverse** (conductivité thermique effective)



- **1 formulation de béton donnée** (Exp. [Nguyen 10])
- Mais **différents niveaux de compaction.**
- Calcul 3D
- Méthode itérative avec schéma dilué
- Matériau triphasé avec **prise en compte de l'évolution de la porosité** (jusqu'à l'écrasement des chènevottes)

# Propriétés effectives des bétons de chanvre

- Béton **compacté isotrope transverse** (rigidité effective)



- **1 formulation de béton donnée** (Exp. [Nguyen 10])
- Mais **différents niveaux de compaction.**
- Calcul 3D
- Méthode itérative avec schéma dilué
- Matériau triphasé avec **prise en compte de l'évolution de la porosité** (jusqu'à l'écrasement des chènevottes)

→ De nouveau bonne restitution du comportement **isotrope transverse** mesuré expérimentalement.

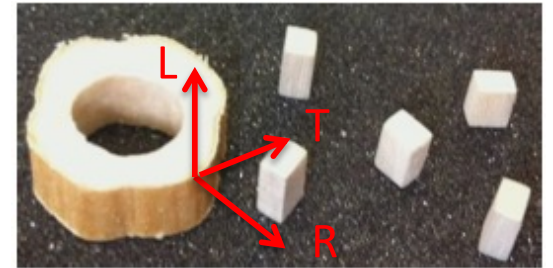


# Caractérisation de la chènevotte de chanvre

- Pour améliorer les estimations en homogénéisation linéaire
  - **Mieux identifier les compositions** (à faire)
  - **Mieux estimer le comportement des particules végétales**

## Problématique :

- **taille**, **poids** et **rigidité** des particules empêchent une caractérisation immédiate :
  - En traction (et dans une moindre mesure en compression)
  - Acoustique
- Peu de jeux de valeurs dans la littérature (Modules de Young ? )



[Pham 2014]

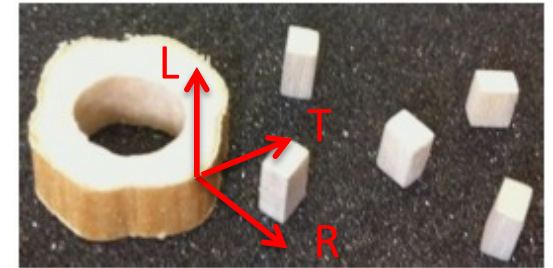
$$E_R = 52,$$

$$E_T = 30,$$

$$E_L = 419 \text{ (MPa)}$$

# Caractérisation de la chènevotte de chanvre

- Pour améliorer les estimations en homogénéisation linéaire
  - **Mieux identifier les compositions** (à faire)
  - **Mieux estimer le comportement des particules végétales**



[Pham 2014]

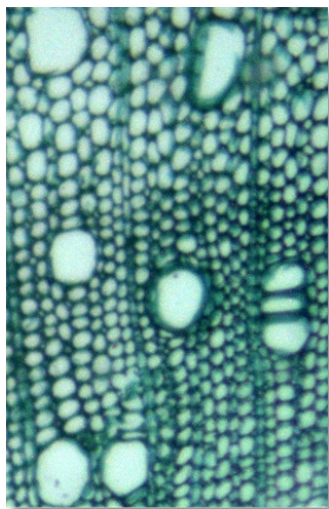
$$E_R = 52,$$

$$E_T = 30,$$

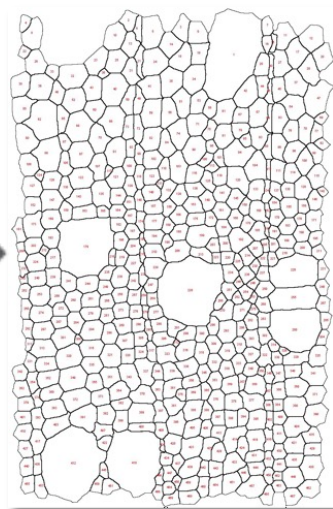
$$E_L = 419 \text{ (MPa)}$$

## Problématique :

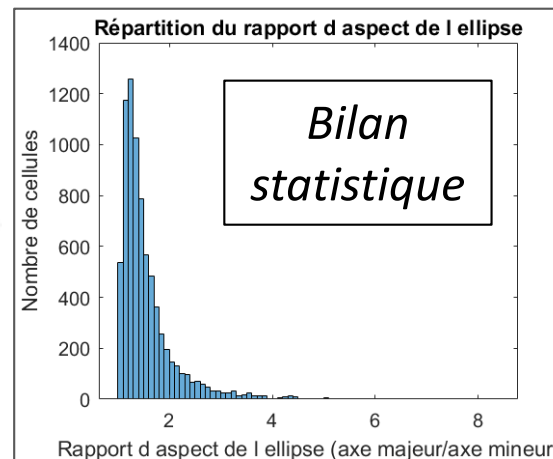
- **taille**, **poids** et **rigidité** des particules empêchent une caractérisation immédiate :
  - En traction (et dans une moindre mesure en compression)
  - Acoustique
- Peu de jeux de valeurs dans la littérature (Modules de Young ?)



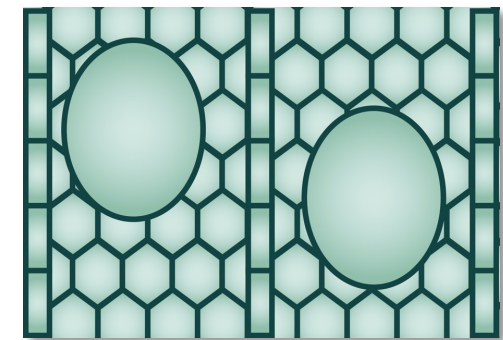
Micrographies



Traitement  
d'image



Descripteurs  
morphologiques

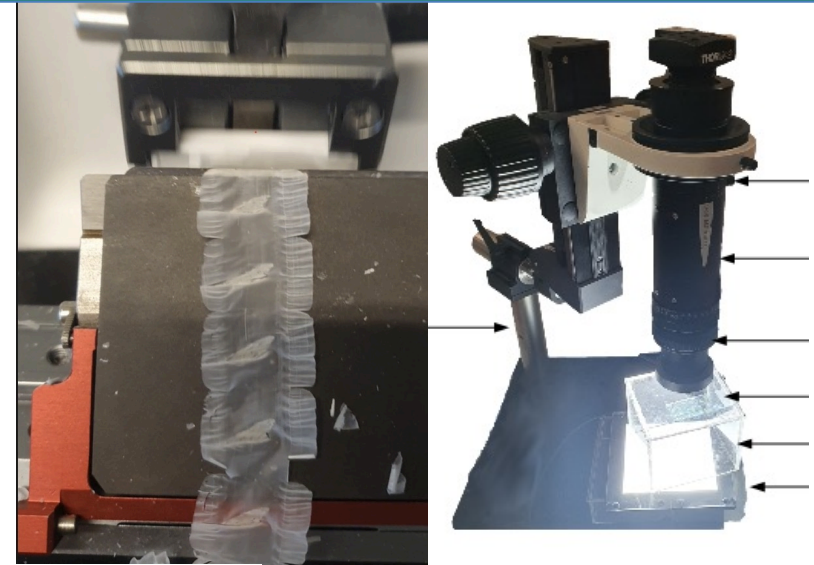


**Microstructure idéalisée**  
**+ Comparaison avec**  
**simulations numériques**

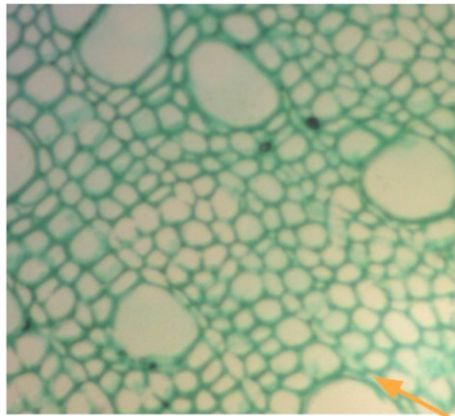
# Caractérisation de la chènevotte de chanvre

## Obtention des micrographies :

1. Imprégnation
2. Inclusion dans milieu de découpe
3. Découpe au microtome
4. Coloration et Microscopie optique
5. Analyse d'image pour caractériser la microstructure

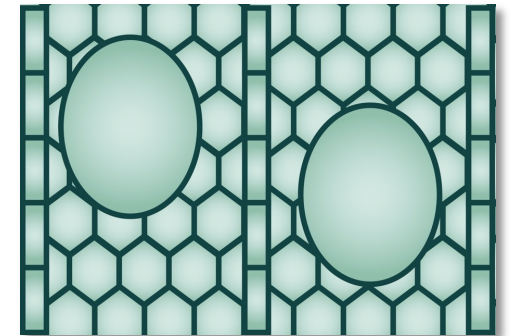
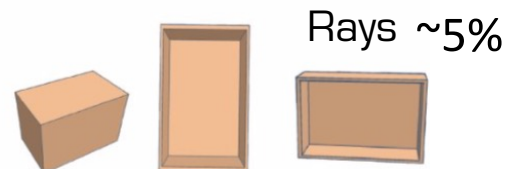
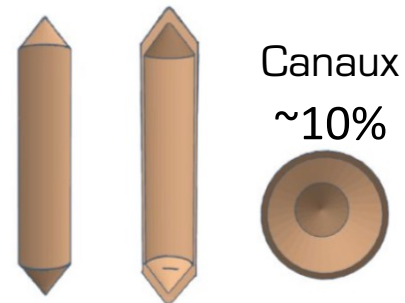
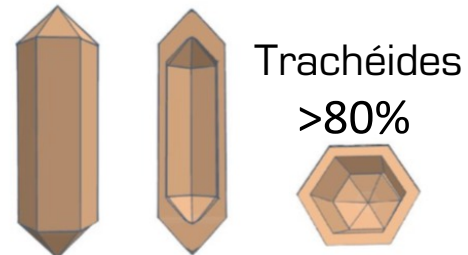
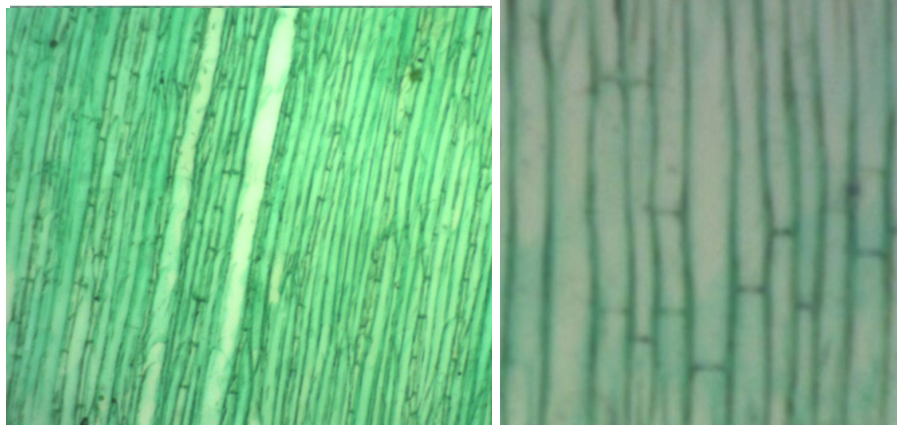


TRANSVERSALE



microstructure

LONGITUDINALE

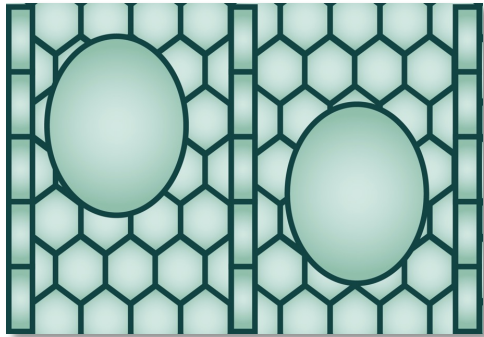


➤ Trois populations de canaux de sève

$$\rho = 258 \text{ kg.m}^{-3}$$



# Caractérisation de la chènevotte de chanvre

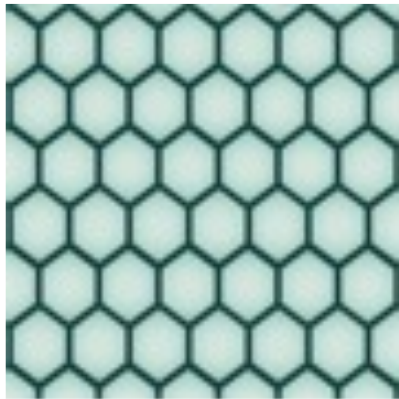


3D

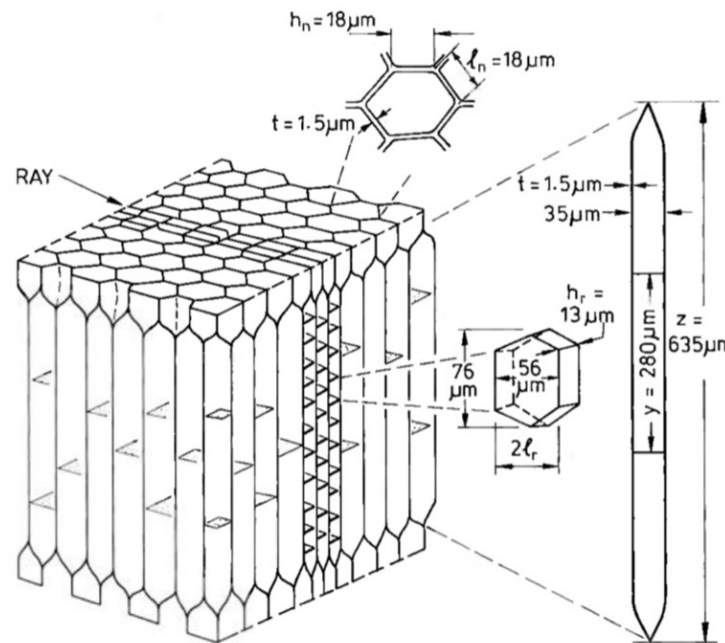
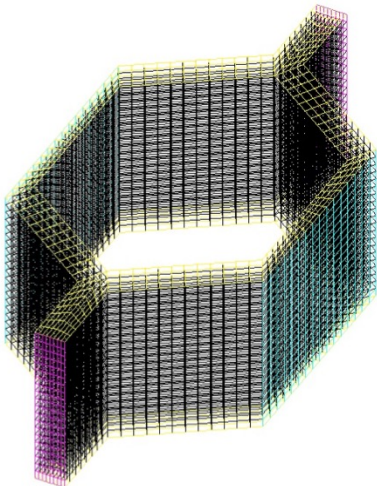
Idée =  
**homogénéisation  
itérative**

- **Modèle analytique** de [Gibson et Ashby 1988]
- **Simulation par MEF sur cellule périodique** (résolution sous Cast3M)
- Identification des **propriétés des parois végétales** à partir de **résultats de nanoindentation** de la littérature (Beaugrand et al. 2014)

ANALYTIQUE

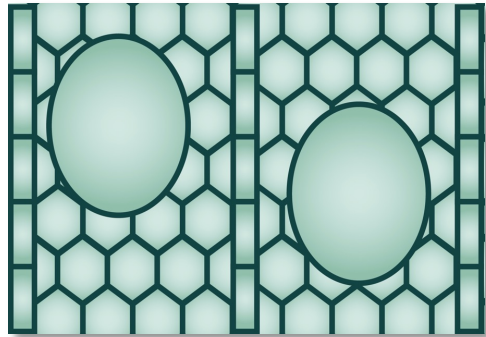


NUMÉRIQUE



Milieu homogénéisé résultant = **orthotrope**.  
(hexagone non parfait)

# Caractérisation de la chènevotte de chanvre



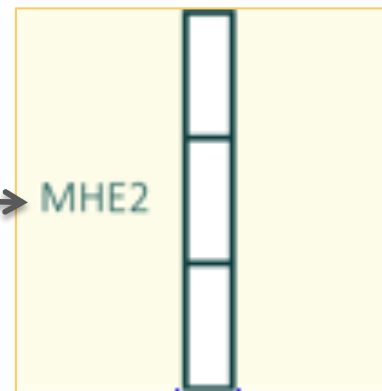
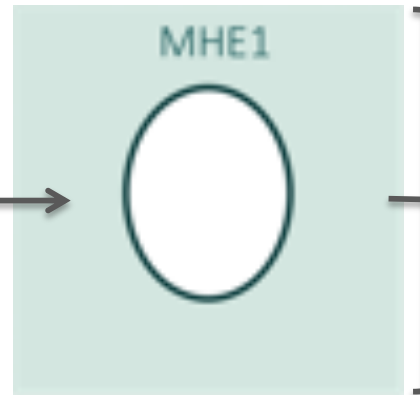
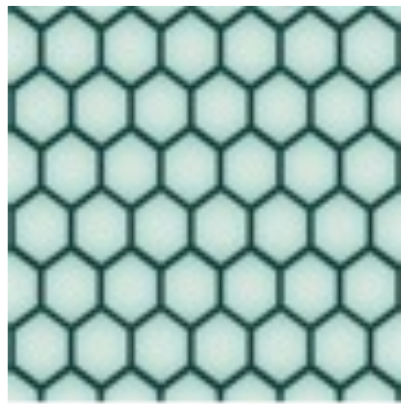
3D

**Idée =  
homogénéisation  
itérative**

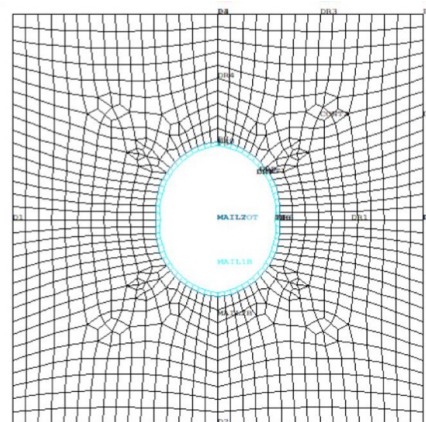
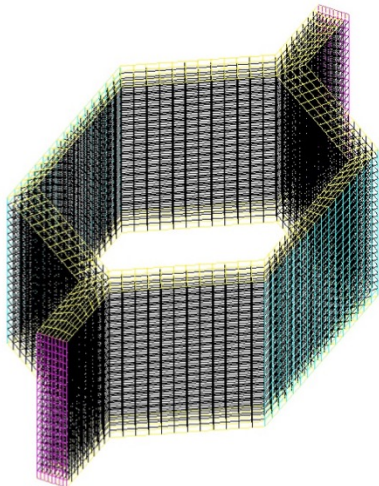
2D

2D

ANALYTIQUE



NUMÉRIQUE



Modélisation sous Cast3M

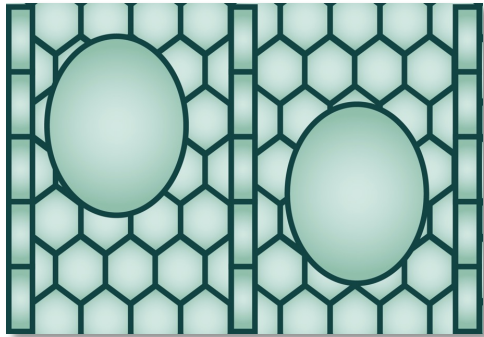
- Pb inclusion diluée dans matrice **orthotrope** ( $\phi$  fraction volumique de pores)

$$\mathbb{C}^* = \mathbb{C}_0 - \phi \mathbb{C}_0 : [\mathbb{I} - \mathbb{P}_E^1 : \mathbb{C}_0]^{-1}$$

- Inspiration des travaux de [Monchiet et al. 2012] pour solution analytique
- Simulation avec paroi végétale



# Caractérisation de la chènevotte de chanvre

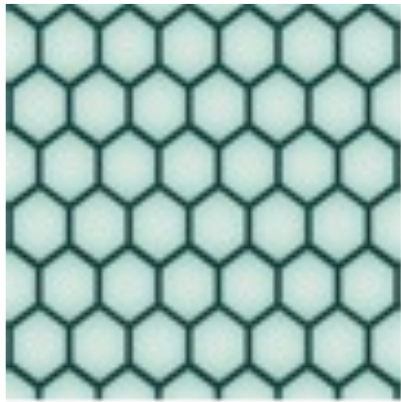


3D

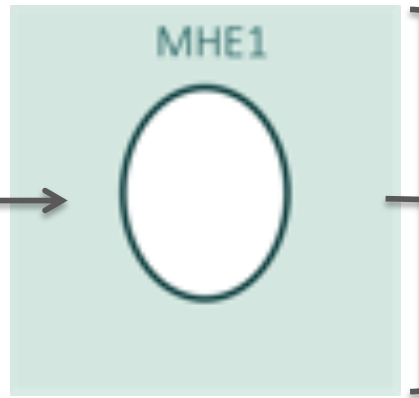
**Idée =  
homogénéisation  
itérative**

**Propriétés mécaniques  
homogénéisées transversales de la  
chènevotte**  
→ Travaux en cours (légère sous-  
estimation)

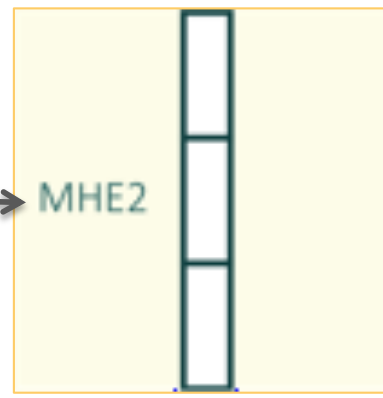
ANALYTIQUE



2D



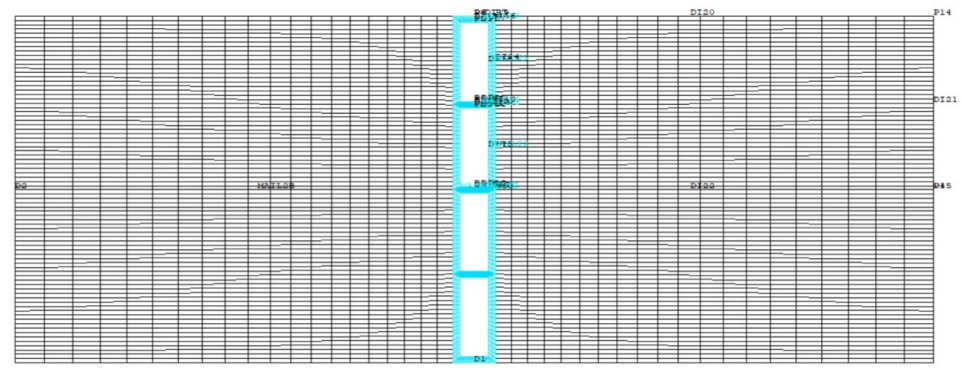
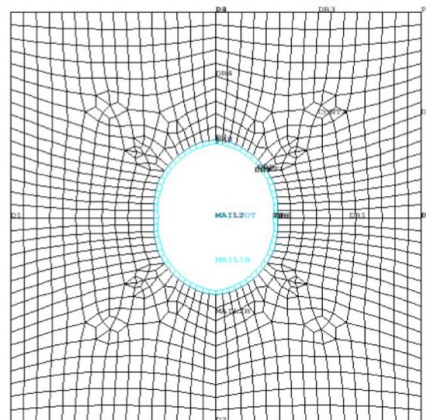
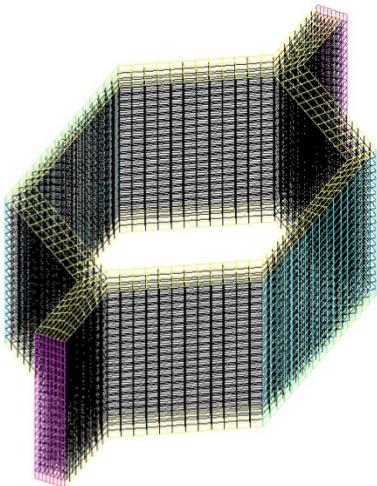
2D



MHE<sub>final</sub>



NUMÉRIQUE



Inclusions = cylindres à section rectangulaire +  
interaction non négligeable

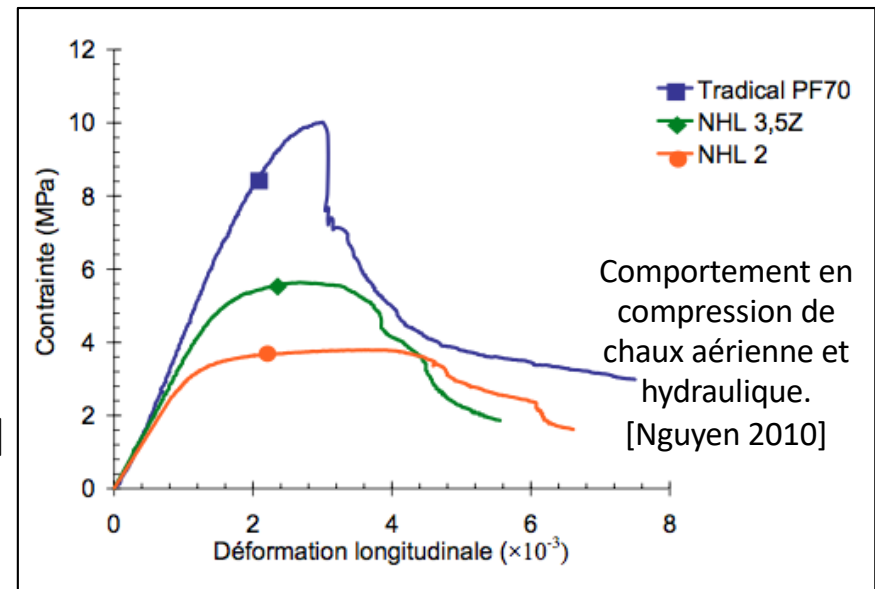
# Modélisation du comportement mécanique de bétons de chanvre par homogénéisation non-linéaire.

1. Loi de comportement endommageable retenue
2. Premiers résultats de simulation

# Loi de comportement endommageable

Hyp : Perte de non-linéarité aux **premiers stades = endommagement** de la matrice

- Matrice élasto-endommageable + comportement dissymétrique traction/compression
- Utilisation en 1<sup>ère</sup> approche du **modèle de [Mazars 1984]**
- Mise en œuvre par procédure de **linéarisation sécante**



$$\sigma = [1 - d(\tilde{\epsilon})] \mathbb{C}^0 : \epsilon$$

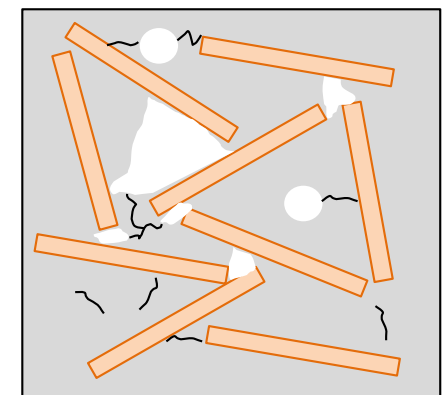
$$\tilde{\epsilon} = \sqrt{\sum_i \langle \epsilon_i \rangle^2} \quad i \in \{I, II, III\}$$

$$d = \alpha_t(\tilde{\epsilon}) d_t + [1 - \alpha_t(\epsilon)] d_c$$

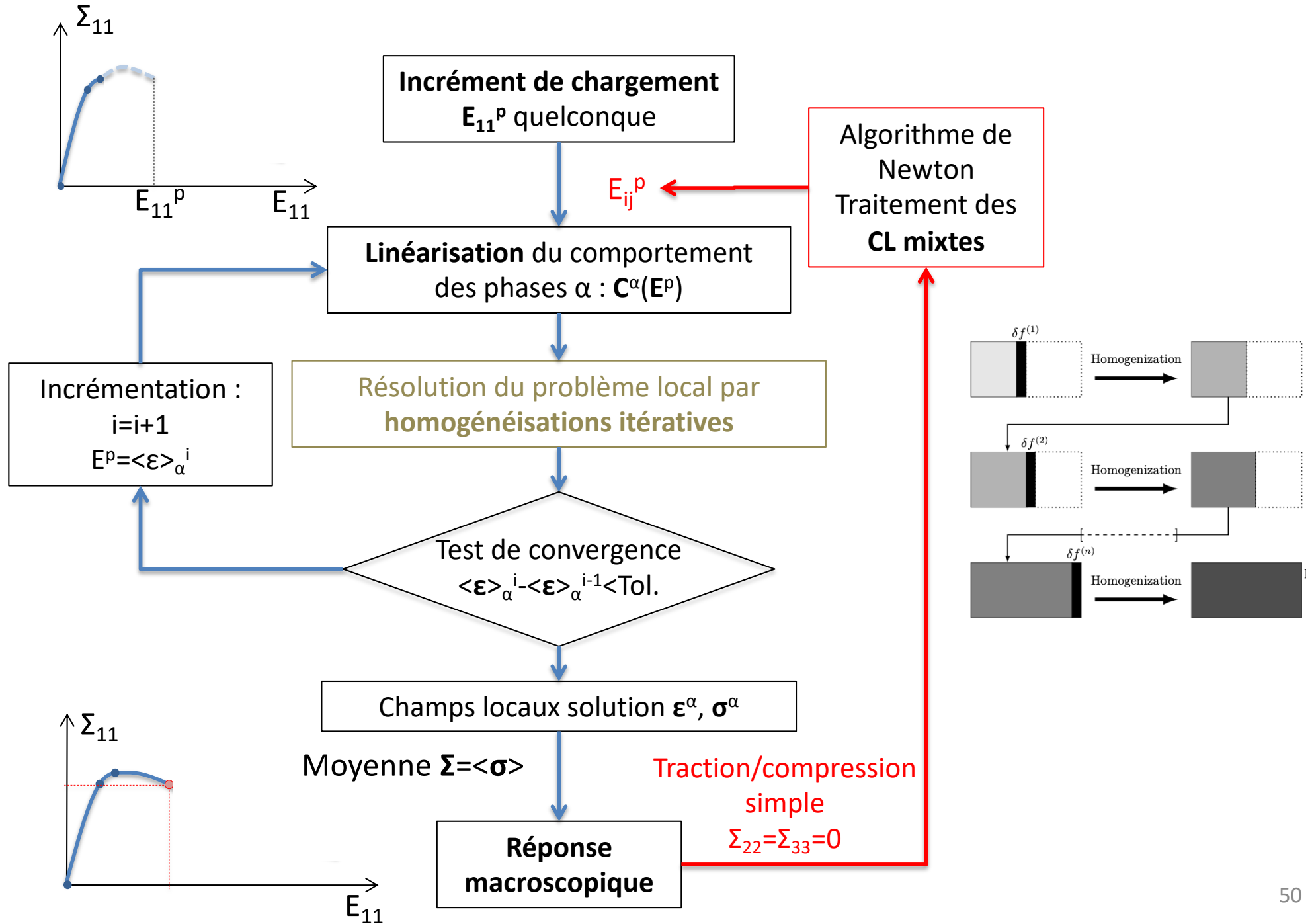
$$d_c = f(E, \nu, \epsilon_{cmax}, \sigma_{cmax})$$

$$d_t = f(E, \nu, \sigma_{tmax}, \sigma_R, f)$$

- **Endommagement diffus** (d scalaire, microfissures).
- Seuil d'endommagement dépendant de  $\epsilon$ .
- **Dissymétrie traction/compression.**

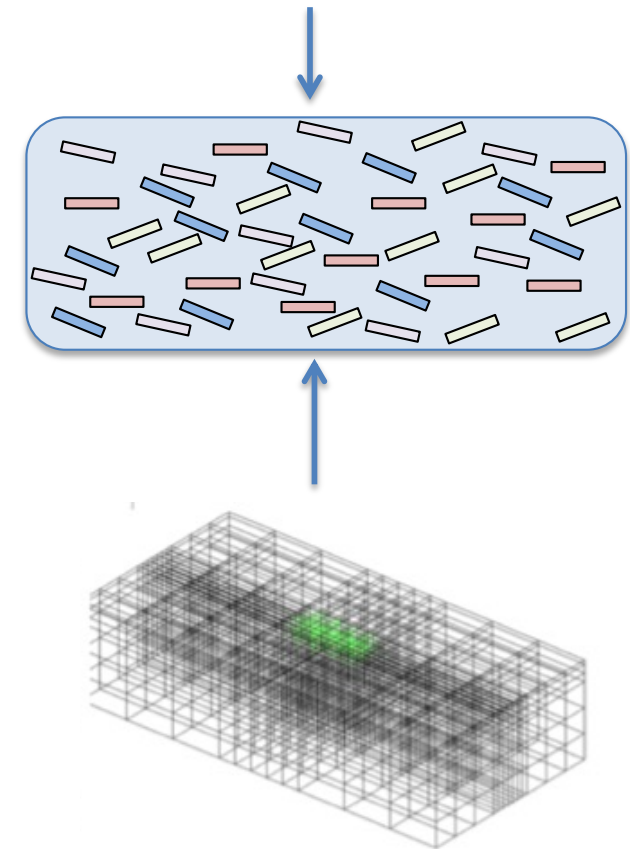
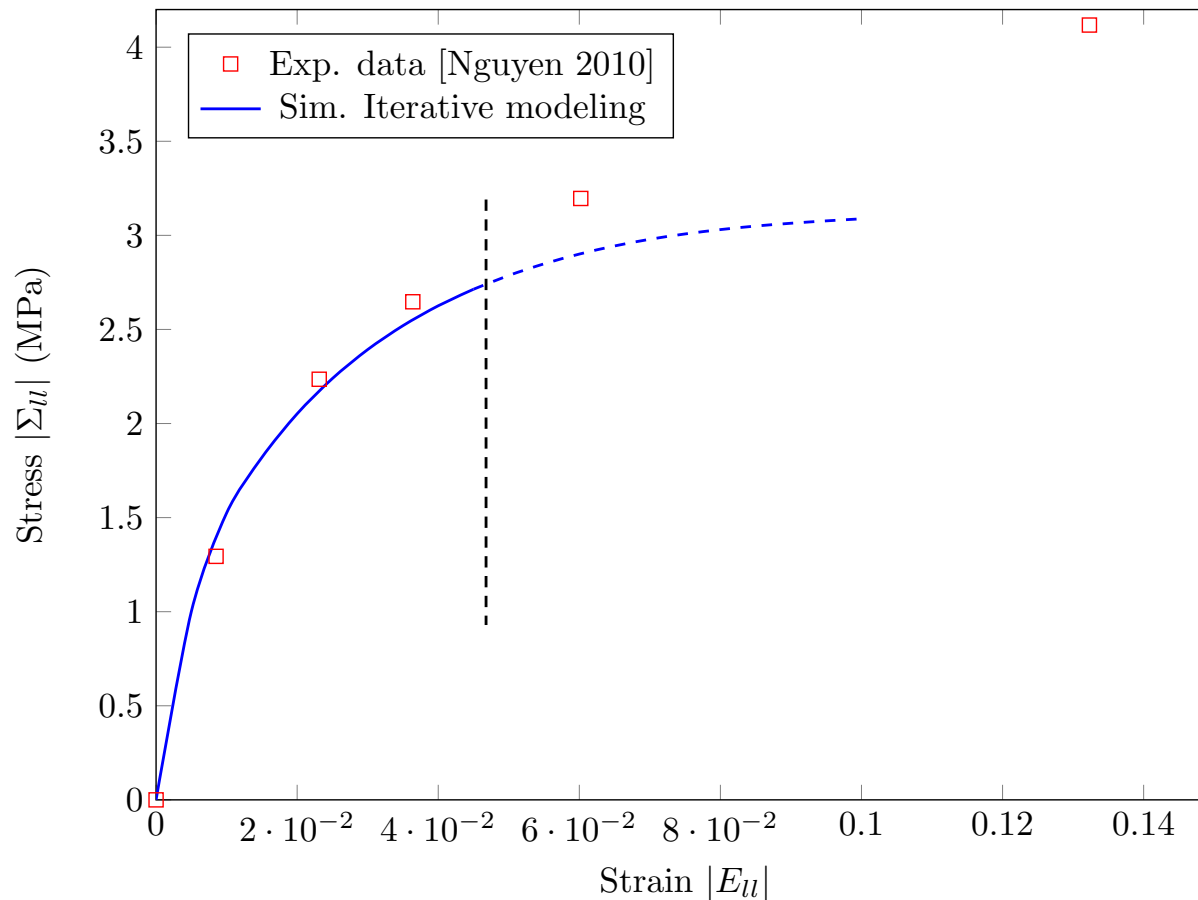


# Premiers résultats de simulation



# Premiers résultats de simulation

- Prédiction du comportement non-linéaire de **bétons de chanvre compactés**
- Prise en compte du **comportement élastique endommageable du liant**



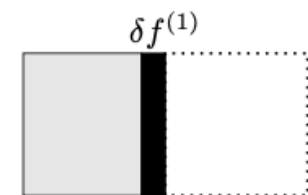
- Capture du **début de la courbe non-linéaire**.
- Divergence en raison de l'apparition d'autres phénomènes de dégradation microscopique (**fermeture de pores à différentes échelles, écrasement de chènevotte,...**)

**Conclusion,  
(nombreuses ! ) perspectives  
et questions**



## Conclusion, (nombreuses ! ) perspectives et questions

- Les **approches micromécaniques** permettent de décrire les propriétés effectives en tenant compte de la **richesse microstructurale** des milieux
- Un **modèle d'homogénéisation itérative numérique** permet de s'adapter aux **spécificités des bétons végétaux**.
  - **Taux d'inclusions élevé**
  - **Polydispersion** (nature et taille de inclusions variable)
  - **Morphologie plaquettaire** des inclusions et **anisotropie initiale & induite**
  - Temps de calcul limité
- Sa mise en œuvre permet **d'estimer les propriétés effectives anisotropes des bétons végétaux** en thermique et en élasticité.
- Elle permettra à très court terme **d'estimer également les propriétés des particules végétales** (faisabilité prouvée, valeurs quantitatives en cours d'obtention)
- L'utilisation du modèle d'homogénéisation itératif numérique permet de décrire les **premiers stades du comportement non-linéaire de bétons végétaux** par endommagement de la matrice

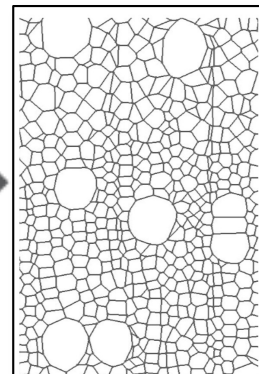
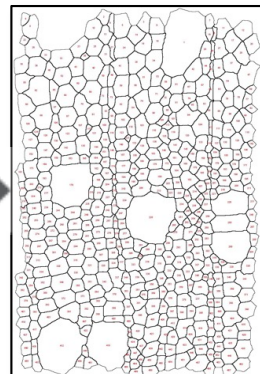
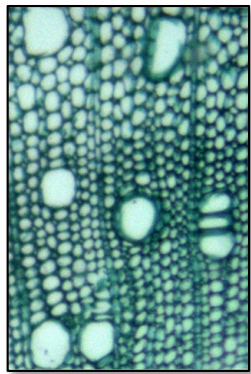


# Conclusion, (nombreuses ! ) perspectives et questions

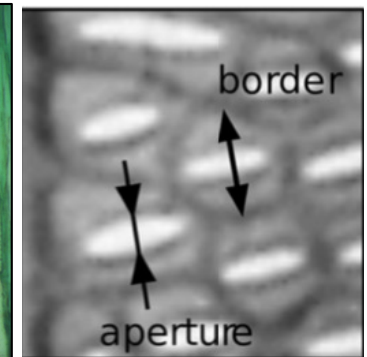
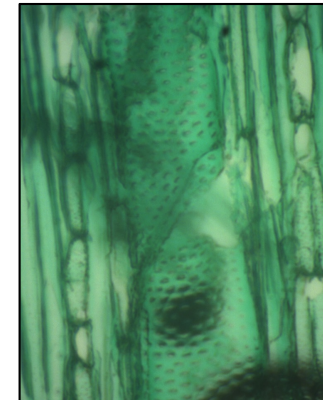
Pour améliorer la qualité des estimations :

## 1. Mieux identifier les données d'entrée des méthodes d'homogénéisation

- **Propriétés des phases** (en particulier les particules végétales)
  - Modélisation itérative : (en cours)
    - comparaison avec méthodes en champs complets (taille du VER ?)
    - Paroi végétales = composite anisotrope

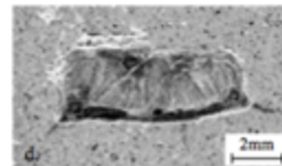


Maillage généré  
par croissance  
de grains à partir  
des données  
morphologiques

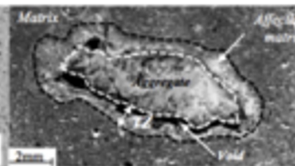


[Helmling et al. 2018]

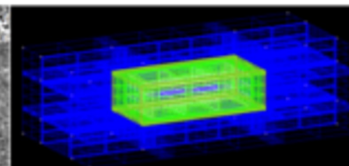
- **Compositions après mise en forme et séchage** (i.e. en conditions d'utilisation)
- **Meilleure description des morphologies, distributions et arrangements spatiaux**
  - Exploitation d'images microstructurales (**modèles de distribution statistique** des tailles et orientations,...) et meilleure description de **l'anisotropie initiale + effets de taille**
  - Particules avec **défauts d'interfaces** (modèles d'interfaces, phase supplémentaires,...)



V. Nozahic, 2011



V. Nozahic, 2011



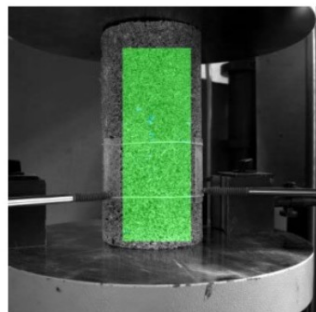
Col A. Hassanein, 2011

# Conclusion, (nombreuses ! ) perspectives et questions

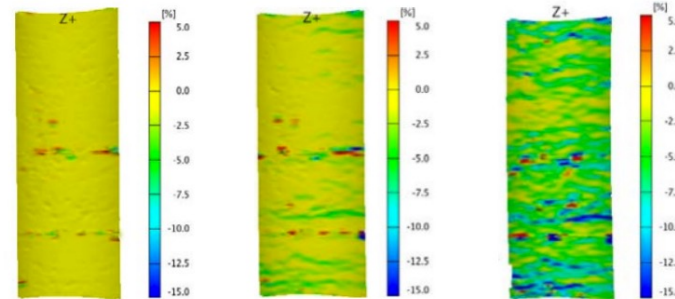
## 2. Enrichissement de la modélisation :

- Extension de la méthode d'homogénéisation numérique à **d'autres comportements non linéaires**
  - ex : Pseudo-plasticité, effet rigidifiant (évolution de porosité, friction de lèvres de fissures)
- Prise en compte de **l'évolution des microstructures**
  - Évolution de la porosité, orientations -tenseurs de texture-,...
  - Utilisation de **critères micromécaniques exploitant les champs locaux** (Brini, Zouari, Smaoui 2004-06)
  - Passage aux **transformations finies ?**
- Phénomènes de **localisation dans les derniers stades de compression**

Sujet de stage et de thèse 2023



Dispositif de mesure avec ARAMIS®



phase quasi-élastique linéaire

régime en plateau

régime de densification

Visualisation de l'évolution du champ de déformation longitudinale par mesure optique ARAMIS®

[Nguyen 2010]

- **Optimisation** des formulations et microstructures

**Merci pour votre attention.**

**Questions ?**